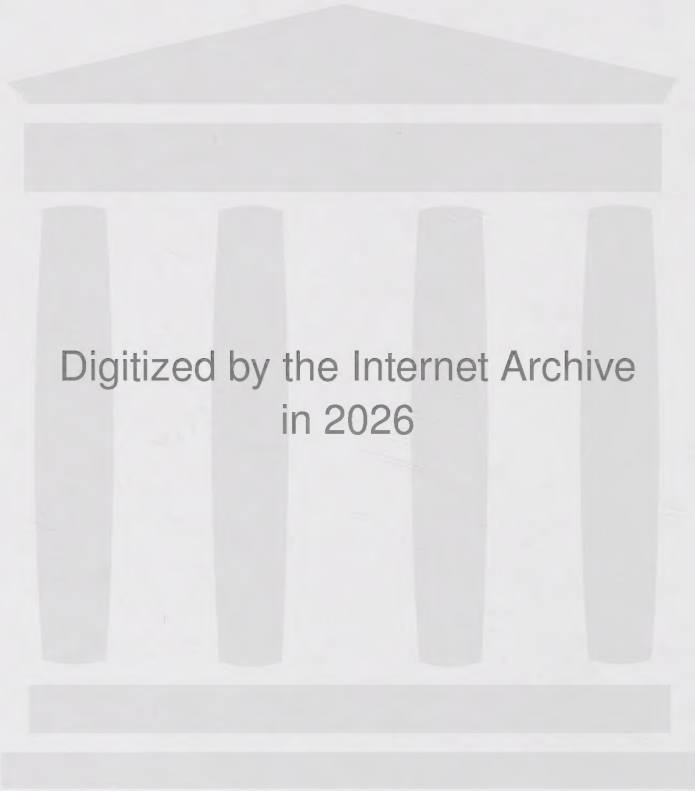


**RECHNERGESTÜTZTE GESTALTUNG UND FERTIGUNG
VON RADIALVERDICHTERLAUFRÄDERN MIT
VERWUNDENEN SCHAUFELN**

**DOKTORARBEIT
ZUR
ERLANGUNG DES GRADES
DOKTOR-INGENIEUR
DER
ABTEILUNG FÜR MASCHINENBAU
DER RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM**

**VON
JÜRGEN EIKELMANN
AUS CASTROP-RAUXEL
BOCHUM 1979**



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546403_0008

**RECHNERGESTÜTZTE GESTALTUNG UND FERTIGUNG
VON RADIALVERDICHTERLAUFRÄDERN MIT
VERWUNDENEN SCHAUFELN**

**DOKTORARBEIT
ZUR
ERLANGUNG DES GRADES
DOKTOR-INGENIEUR
DER
ABTEILUNG FÜR MASCHINENBAU
DER RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM**

**VON
JÜRGEN EIKELMANN
AUS CASTROP-RAUXEL
BOCHUM 1979**



Doktorarbeit eingereicht am 18. April 1979

Tag der mündlichen Prüfung 22. Mai 1979

Referent : o. Professor Dr.-Ing. W. Fister

Korreferent: Professor Dr.-Ing. H. Pfost

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Assistent am Lehrstuhl für Fluidenergiemaschinen im Institut für Energietechnik der Ruhr-Universität Bochum.

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen Mitarbeitern des Lehrstuhls für die freundliche Unterstützung bei der Durchführung meiner Aufgabe bedanken.

Mein besonders herzlicher Dank gilt Herrn Professor Dr.-Ing. W. FISTER, dem geschäftsführenden Institutsdirektor und Ordinarius des o.g. Lehrstuhls. Er hat diese Arbeit angeregt und sie stets mit großem Engagement betreut und gefördert. Aus seiner reichen Erfahrung habe ich viele wertvolle Anregungen erhalten, die zum Gelingen dieser Arbeit geführt haben.

Bedanken möchte ich mich bei Herrn Professor Dr.-Ing. H. PFOST für die kritische Durchsicht der Arbeit und für die freundliche Übernahme des Korreferates.

Bochum, Mai 1979

Jürgen Eikermann

Inhaltsverzeichnis:

Verwendete Formelzeichen

1. Einleitung und Ziel der Arbeit
2. Gestaltung des Laufrades
 - 2.1 Analytische Flächenbeschreibung und Definition der "strömungsglatten" Fläche
 - 2.2 Gestaltung der Rad- und Deckscheibenkontur
 - 2.3 Gestaltung räumlich verwundener Schaufelflächen
 - 2.3.1 Kurzdarstellung einiger möglicher Konstruktionsverfahren
 - 2.3.1.1 Analytische Verfahren
 - 2.3.1.2 Zeichnerische Verfahren
 - 2.3.1.3 Rechnerisch-zeichnerische Verfahren
 - 2.3.2 Erzeugung "stetig umlenkender" Schaufelflächen
 - 2.3.3 Erzeugung "strömungsglatte" Schaufelflächen
 - 2.3.3.1 Sonderfall: Schaufelfläche als abwickelbare Regelfläche
 - 2.3.3.2 Sonderfall: Schaufelfläche als Regelfläche mit achsnormaler Erzeugenden
 - 2.4 Verfahren zur Bewertung der Laufradgeometrie
 - 2.4.1 Ermittlung des Kanalquerschnittsverlaufes
 - 2.4.1.1 Differentialgeometrische Behandlung
 - 2.4.1.2 Differenzengeometrische Behandlung
 - 2.4.1.3 Berücksichtigung der endlichen Schaufelstärke
 - 2.4.1.4 Vergleich Kanalquerschnitt-Meridianquerschnitt

2.4.2 Vereinfachtes Verfahren zur näherungsweisen Bestimmung der zweidimensionalen Laufradströmung

2.4.2.1 Berechnung der mittleren Relativgeschwindigkeit

2.4.2.2 Berechnung der wandnahen Relativgeschwindigkeiten

2.4.2.3 Abschätzung des Grenzschichteinflusses

2.4.3 Quasi-dreidimensionale Strömungsrechnung

2.4.4 Vergleich zwischen Geschwindigkeitsverteilungen nach dem vereinfachten und dem quasi-dreidimensionalen Verfahren

3. Laufradfertigung

3.1 Datenaufbereitung für das NC-Fräsen der Laufradkanäle

3.1.1 Bestimmung und Berücksichtigung verfahrensbedingter Formabweichungen

3.1.2 Makrorauigkeit und Zeilenabstand

3.1.2.1 Berechnung der Rillentiefe und des Fräszeilenabstandes

3.1.2.2 Möglichkeiten zur Minderung der Makrorauigkeit

3.1.3 Fräszeileninterpolation

3.1.4 Fräserradiuskorrektur

3.2 Übertragung der ermittelten Laufradgeometrie auf die NC-Fräsmaschine

4. Test des Gestaltungsverfahrens am Beispiel ausgeführter Verdichterlaufräder

4.1 Gesichtspunkte zur Dimensionierung der Versuchsräder

- 4.2 Berechnete Kanalquerschnittsverläufe und Relativgeschwindigkeitsverteilungen
- 4.3 Überprüfung der gefertigten Laufradgeometrie
- 4.4 Experimentelle Untersuchung der Laufräder
 - 4.4.1 Versuchsaufbau und -durchführung
 - 4.4.2 Darstellung der Versuchsergebnisse
 - 4.4.3 Diskussion der gemessenen Kennlinien im Zusammenhang mit den Gestaltungskriterien der Laufräder
 - 4.4.3.1 Versuchslaufräder 1 und 2
 - 4.4.3.2 Versuchslaufrad 3
 - 4.4.5 Zusammenfassung

5. Anhang

- 5.1 Zusammenstellung und Erläuterung der Kriterien zur Dimensionierung der Testlaufräder
 - 5.1.1 Laufradaußendurchmesser D_2
 - 5.1.2 Schaufelaustrittswinkel β_2
 - 5.1.3 Schaufelhöhe am Austritt b_2
 - 5.1.4 Schaufelzahl z
 - 5.1.5 Schaufelstärke s
 - 5.1.6 Nabendurchmesser D_N
 - 5.1.7 Axiale Erstreckung des Laufradkanals L_N
 - 5.1.8 Optimierung des Laufradeintrittes
 - 5.1.8.1 Strömungszustand vor dem Laufrad
 - 5.1.8.2 Einfluß endlicher Schaufelstärke
 - 5.1.8.3 Eintrittsdurchmesser D_{1opt}
 - 5.1.8.4 Eintrittswinkel β_{1opt}
- 5.2 Schrifttum

Verwendete FormelzeichenLateinische Buchstaben

A	Fläche, Querschnitt
a	spezifisch technische Arbeit
a	Schallgeschwindigkeit
b	Breite (Schaufelhöhe)
c	Absolutgeschwindigkeit
D	Durchmesser
F	Kraft
h	spez. Enthalpie
h	Kanalweite
K_C	Korrekturfaktor bezüglich Geschwindigkeitsverteilung
K_G	Korrekturfaktor bezüglich Grenzschichteinfluß
K_S	Korrekturfaktor bezüglich Querschnittsverengung
K_V	Korrekturfaktor bezüglich Volumendilatation
L	Längenkoordinate
Ma	Machzahl
m	Meridiankoordinate
$\dot{m}$	Massenstrom
N	Drehzahl
n	Normalkoordinate
n	Polytropenexponent
p	Druck
q	Geschwindigkeitsgradient am Laufradeintritt
R	Gaskonstante
R	Radius
r	
Re	Reynoldzahl
R_t	Rauhtiefe
r	Radialkoordinate
s	spezifische Entropie
s	Schaufelstärke
T	absolute Temperatur
t	Tangentialkoordinate
t	Teilung

u	Umfangsgeschwindigkeit
u	Gauß'sche Flächenkoordinate
v	Gauß'sche Flächenkoordinate
w	Relativgeschwindigkeit
x	karthesische Koordinate
y	karthesische Koordinate
y	spez. reversible Strömungsarbeit
z	karthesische Koordinate
z	Schaufelzahl
Z _A	Zeilenabstand

Griechische Buchstaben:

α	Winkel der Absolutgeschwindigkeit
α	Neigungswinkel der S_1 -Fläche gegenüber der Drehachse
β	Winkel der Relativgeschwindigkeit
Γ	Zirkulation
δ	Grenzschichtdicke
δ	Durchmesser kennzahl
η	Wirkungsgrad
η	dynamische Zähigkeit
κ	Isentropenexponent
μ	Minderleistungsfaktor
μ	Verzögerungsverhältnis
ν	kinematische Zähigkeit
ν	geometrisches Verhältnis
ξ	Abzisse einer Abbildungsebene
Π	Druckverhältnis
ρ	Dichte
ρ	Reaktionsgrad
ρ	Krümmungsradius
σ	Schnellaufzahl
σ	Schaufelstärkenprojektion
Φ	Potentialfunktion
φ	Durchflußzahl
Ψ	Stromfunktion
ψ_y	Druckzahl
ω	Winkelgeschwindigkeit

Indices und Kennzeichen

o	vor dem Laufrad
1	am Laufradeintritt
2	am Laufradaustritt
m	in Meridianrichtung
r	in Radialrichtung
u	in Umfangsrichtung
z	in Achsrichtung
t	Total- oder Ruhezustand
pol	polytrope Zustandsänderung
s	isentropie Zustandsänderung

Spezielle Indizierungen werden im Text erläutert.

1. Einleitung und Ziel der Arbeit

Die strömungsgerechte Gestaltung eines Radialverdichterslaufrades erfordert die Lösung der 2. Hauptaufgabe, d.h. zu vorgegebenen oder erwünschten Strömungsverhältnissen ist die zugeordnete Geometrie zu bestimmen.

Erfahrungsgemäß ist die Lösung der 2. Hauptaufgabe im allgemeinen nicht eindeutig und darüber hinaus wesentlich schwieriger zu erzielen als die Lösung der 1. Hauptaufgabe, bei der zu einer vorgegebenen Geometrie die zugeordneten Strömungsdaten bestimmt werden.

Es ist daher sinnvoll, die 2. Hauptaufgabe näherungsweise dadurch zu lösen, daß die 1. Hauptaufgabe mit gezielt variiertter Geometrie wiederholt durchgerechnet wird, bis eine befriedigende Übereinstimmung zwischen vorgegebenen und errechneten Strömungsdaten erreicht ist.

Dieser iterative Lösungsweg besitzt demgemäß zwei wesentliche Verfahrensschritte:

- Erzeugung und Beschreibung der Laufradgeometrie durch einen problemorientierten Konstruktionsalgorithmus
- Überprüfung der Geschwindigkeits- und Druckverteilung im konstruierten Laufradkanal mit einer aussagefähigen Strömungsrechnung.

Die Güte der Laufradoptimierung wird durch die Genauigkeit der Geometriebeschreibung und durch die Zuverlässigkeit der Strömungsrechnung bestimmt. Der ausgeprägt dreidimensionale Charakter der Radialradströmung erfordert im allgemeinen eine drei- bzw. quasidreidimensionale Strömungsrechnung. Derartige Rechenverfahren in Verbindung mit dem Konstruktionsalgorithmus sind nur auf leistungsfähigen Rechenanlagen durchführbar. Der hohe Aufwand zur Ermittlung einer optimalen Laufradgeometrie wird jedoch erst dann voll genutzt, wenn eine nahezu identische Übertragung der errechneten Geometriedaten auf das gefertigte Laufrad gesichert ist.

Hierzu eignet sich im besonderen Maße der Einsatz einer NC-Fräsmaschine mit drei- oder mehrdimensionaler Bahnsteuerung. Durch den unmittelbaren Datentransfer zwischen rechnerinternem Konstruktionsprozeß und der Maschinensteuerung werden Formabweichungen unterdrückt, die bei den konventionellen Herstellungsverfahren nahezu zwangsläufig auftreten.

Es ist das Ziel dieser Arbeit, ein rechnergestütztes Verfahren zur Gestaltung und Fertigung von Radiallaufrädern mit verwundenen Schaufeln im vorgenannten Sinne zu entwickeln.

Zur Reduzierung der Rechenzeit soll die Laufradgeometrie weitgehend anhand des Kanalquerschnittsverlaufes und der Geschwindigkeitsverteilung voroptimiert werden, die nach einem vereinfachten zweidimensionalen Näherungsverfahren berechnet wird.

Für die abschließende Bewertung der Geometrie wurde ein bereits vorliegendes quasidreidimensionales Rechenverfahren benutzt. Dieses Verfahren kann jedoch jederzeit gegen ein anderes weitergehendes Verfahren ausgetauscht werden.

Die Aussagefähigkeit der benutzten Gestaltungskriterien wird am experimentell untersuchten Betriebsverhalten ausgeführter Testlaufräder überprüft.

Die numerischen Rechnungen sind auf dem Rechner TR 440 AEG-Telefunken des Rechenzentrums der Ruhr-Universität Bochum durchgeführt worden. Die erstellten Programme sind in der Programmiersprache FORTRAN IV geschrieben und liegen am Lehrstuhl für Fluidenergiemaschinen der Ruhr-Universität Bochum vor.

2. Gestaltung und Beschreibung der Laufradgeometrie

Die Gestaltung eines Laufrades beginnt im allgemeinen mit der Berechnung der sog. Hauptabmessungen.

Hierunter sind die wesentlichsten Abmessungen der Laufradgeometrie am Ein- und Austritt (D_1 , D_2 , D_N , β_1 , β_2 , b_2 , L_N ...) zu verstehen. Ihre Berechnung basiert auf den vorgegebenen Betriebsdaten der Verdichterstufe. Die zur Bestimmung der Hauptabmessungen im Rahmen dieser Arbeit benutzten Dimensionierungskriterien und -verfahren werden im Anhang erläutert.

Der Schwerpunkt der Laufradkonstruktion liegt bei der Gestaltung der Laufradkanäle. Diese Strömungskanäle verbinden Laufradein- und -austritt.

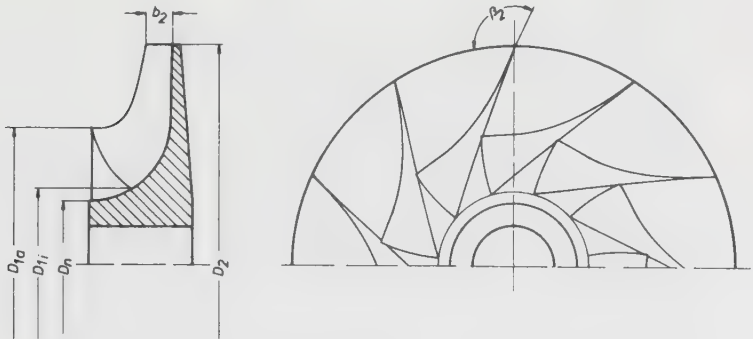


Bild 2.1: Laufrad mit räumlich verwundenen Schaufeln.

Wie aus Bild 2.1. zu erkennen ist, werden die Laufradkanäle durch die Rotationsflächen der Rad- und Deckscheibe, sowie durch die Schaufelflächen begrenzt. Diese Flächen sollen so ausgebildet werden, daß eine möglichst günstige Laufradströmung erzielt wird. In der Einleitung wurde bereits festgestellt, daß die unmittelbare Anpassung von Strömung

und Geometrie im Sinne der 2. Hauptaufgabe allgemein nicht möglich ist.

Beim iterativen Konstruktionsprozeß können zur Gestaltung der 1. Näherungsgeometrie im allgemeinen nur globale Strömungskriterien beachtet werden, die sich aus der Auffassung einer Kanalströmung ableiten. Für diese Betrachtungsweise gibt es im wesentlichen folgende Gründe:

- Die Relativströmung im rotierenden Radiallaufrad ist wegen der fehlenden Drehungsfreiheit keine Potentialströmung. Damit können die besonderen Vorzüge der Potentialtheorie hinsichtlich einer Profil- bzw. Schaufelumströmung nicht nutzbar gemacht werden.
- Die starke gegenseitige Beeinflussung der relativ langen und dicht gestaffelten Schaufeln, sowie der ausgeprägt dreidimensionale Charakter der Strömung, erfordert die Betrachtung des gesamten Strömungsfeldes zwischen den Schaufeln.

Die Gestaltung der Laufradkanäle soll sich daher auf Strömungskriterien stützen, die zur Formgebung gekrümmter Diffusorkanäle angewandt werden:

- die strömungsführenden Wände sollen knickfrei und nicht wellig sein
- die Strömungsumlenkung soll monoton und stetig sein.
- der Kanalquerschnittsverlauf soll stetig sein und zwischen Laufradein- und -austritt höchstens einen Extremwert besitzen.

Bevor das eigentliche Konstruktionsverfahren beschrieben wird, soll zunächst die Grundlage der analytischen Flächenbeschreibung kurzgefaßt erläutert werden.

2.1 Analytische Flächenbeschreibung und Definition der "strömungsglatten" Fläche

Zur analytischen Beschreibung von Flächen sind in der Mathematik im allgemeinen folgende Darstellungsformen üb-

lich, wobei die angeführten Beispiele für die Oberflächenbeschreibung einer Kugel mit dem Radius r gelten, deren Mittelpunkt im Ursprung eines kartesischen Koordinatensystems liegt.

Implizite Form:

$$F(x,y,z) = 0 \quad (2.1)$$

z.B.: $x^2 + y^2 + z^2 - r^2 = 0$

Explizite Form:

$$z = f(x,y) \quad (2.2)$$

z.B.:

$$z = \sqrt{r^2 - x^2 - y^2}$$

Parameterform:

$$x = x(u,v) \quad y = y(u,v) \quad z = z(u,v) \quad (2.3)$$

z.B.:

$$x = r \cdot \sin u \cdot \cos v \quad y = r \cdot \sin u \cdot \sin v \quad z = r \cdot \cos u$$

Vektorform:

$$\vec{R} = \vec{R}(u,v) \quad (2.4)$$

z.B.:

$$\vec{R} = \begin{cases} r \cdot \sin u \cdot \cos v \\ r \cdot \sin u \cdot \sin v \\ r \cdot \cos u \end{cases}$$

Von den 4 aufgeführten Beschreibungsformen erweist sich die von Carl Friedrich Gauß eingeführte Parameterform nach 2.3 zur numerischen Behandlung als besonders geeignet. Aus der analytischen Beschreibung von Kurven ist bekannt, daß es stets eine Vielzahl möglicher Parameterdarstellung gibt, welche die implizite Funktion einer bestimmten Kurve identisch erfüllen. Als Beispiel sei hier eine Bahnbewegung im Raum genannt, die sowohl mit dem Parameter Zeit, als auch mit dem Parameter Weg eindeutig beschrieben werden kann.

Ähnlich verhält es sich mit der Parameterdarstellung von Flächen. Dies sei am Beispiel einer Kugeloberfläche gezeigt, deren implizite Form

$$x^2 + y^2 + z^2 - r^2 = 0 \quad (2.5)$$

bereits angeschrieben wurde.

Wählt man im einfachsten Fall die karthesischen Koordinaten x und y als Parameter, so erhält man folgende Parameterdarstellung.

$$\begin{aligned} x &= u \\ y &= v \\ z &= \sqrt{r^2 - u^2 - v^2} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Die implizite Form wird ebenfalls identisch durch folgende Parameterfunktion erfüllt:

$$\begin{aligned} x &= r \cdot \sin u \cdot \cos v \\ y &= r \cdot \sin u \cdot \sin v \\ z &= r \cdot \cos u \end{aligned} \quad (2.7)$$

Welche Parameterfunktionen zur Beschreibung einer Fläche besonders gut geeignet sind, muß im Einzelfall entschieden werden. Wird bei vorgegebenen Parameterfunktionen ein Parameter konstant gehalten, während der andere vari-

iert wird, so erhält man auf der Fläche sog. Parameterlinien oder "krummlinige" Koordinaten (Bild 2.2).

$$\begin{array}{lcl} u & \text{variabel} & \\ v & \text{konstant} & \left. \vphantom{\begin{array}{l} u \\ v \end{array}} \right\} \text{u-Koordinaten} \\ \\ u & \text{konstant} & \\ v & \text{variabel} & \left. \vphantom{\begin{array}{l} u \\ v \end{array}} \right\} \text{v-Koordinaten} \end{array}$$

Im Fall der Kugeloberfläche nach Gl. 2.7 wären diese z.B. Linien mit gleichem Polabstand oder Linien gleicher geographischer Länge (Meridiane).

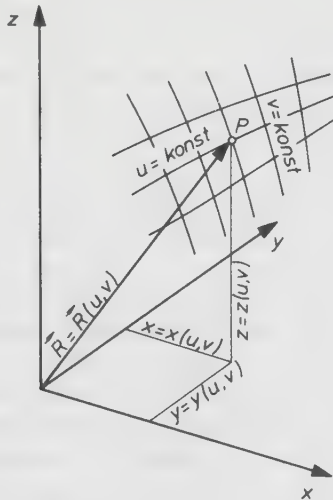


Bild 2.2: Parameterlinien einer gekrümmten Fläche

Bei berandeten Flächen geht man im allgemeinen davon aus, daß die Berandungskurven gleichzeitig Parameterlinien sind. Damit liegt über die implizite Darstellung der Randkurven das Parameternetz der Fläche fest.

Jeder Flächenpunkt P läßt sich in diesem Netz mit den Koordinaten u und v eindeutig beschreiben.

Die berandeten Flächen eines Laufrades sollen aus strömungstechnischen Erwägungen weder Knicke noch Wellen aufweisen. Knickfrei sind alle im mathematischen Sinn "glatten" und insbesondere "stetig gekrümmten" Flächen.

Eine berandete Fläche wird als "glatt" bezeichnet, wenn im Definitionsgebiet die folgenden 6 ersten partiellen Ableitungen der Parameterfunktionen

$$x_u(u,v) \quad y_u(u,v) \quad z_u(u,v)$$

$$x_v(u,v) \quad y_v(u,v) \quad z_v(u,v)$$

existieren und stetig sind.

Sind die Parameterfunktionen im Definitionsgebiet zweimal stetig partiell differenzierbar, so liegt eine "stetig gekrümmte" Fläche vor.

Zur Vermeidung der Welligkeit muß man verlangen, daß die ersten partiellen Ableitungen innerhalb der Flächenberandung höchstens einen Extremwert aufweisen.

Aus streng potentialtheoretischer Sicht muß eine "stetig gekrümmte" Kanalwandung gefordert werden, wenn sprunghafte Geschwindigkeits- und Druckänderungen entlang dieser Wandung vermieden werden sollen. Nach TRAUPEL [2] kann jedoch davon ausgegangen werden, daß bei einer realen Strömung eines zähigkeitsbehafteten Fluids nur dann eine bemerkenswerte Störung der Strömung zu befürchten ist, wenn die Wirkung der Krümmungsunstetigkeit über die Grenzschicht hinaus reicht.

Für die Laufradkonstruktion reicht es danach im allgemeinen aus, die strömungsführenden Kanalwände als "glatte" Flächen zu gestalten, wobei die zusätzliche Bedingung erfüllt sein sollte, daß die ersten partiellen Ableitungen der Parameterfunktionen im Definitionsgebiet höchstens einen Extremwert besitzen sollen. Flächen nach dieser Definition sollen nachfolgend als "strömungsglatt" bezeichnet werden.

2.2 Gestaltung der Rad- und Deckscheibenkontur

Durch die Gestaltung der Rad- und Deckscheibe wird insbesondere die sog. Meridianströmung beeinflusst. In dem Ringkanal zwischen diesen beiden Begrenzungsflächen wird die Laufradströmung aus der axialen Zuströmrichtung in die radiale Abströmrichtung umgelenkt.

Während die Radscheibenkontur regelmäßig laufradfest ist, kann die Deckscheibenkontur laufradfest (geschlossenes Laufrad) oder gehäusefest (halboffenes Laufrad) sein.

Die Erzeugenden der Rotationsflächen von Rad- und Deckscheibe, die sog. Meridiankonturen, sollen stetig gekrümmte Kurvenzüge sein. Im Rahmen der rechnergestützten Laufradkonstruktion müssen die Meridiankonturen geschlossen oder abschnittsweise analytisch definiert sein. Hierzu eignen sich im allgemeinen die Funktionen der Kegelschnitte.

Die Kreisfunktion hat allerdings gegenüber den elliptischen, parabolischen und hyperbolischen Funktionen den Nachteil, daß die Zahl beeinflubarer Formparameter geringer ist.

Soll beispielsweise die Rad- oder Deckscheibenkontur als ein Kreisbogen gestaltet werden, so liegt im allgemeinen unter Beachtung der vorgegebenen Hauptabmessungen und Zusatzbedingungen der Konturverlauf zwangsläufig fest. Zur Änderung der Kontur müssen die Hauptabmessungen bzw. Zusatzbedingungen variiert werden. Wird hingegen, zum Beispiel für die Radscheibenkontur, ein elliptischer Konturverlauf vorgegeben, so verfügt man über einen freien Formparameter, über den die Radscheibenkontur zielgerichtet variiert werden kann.

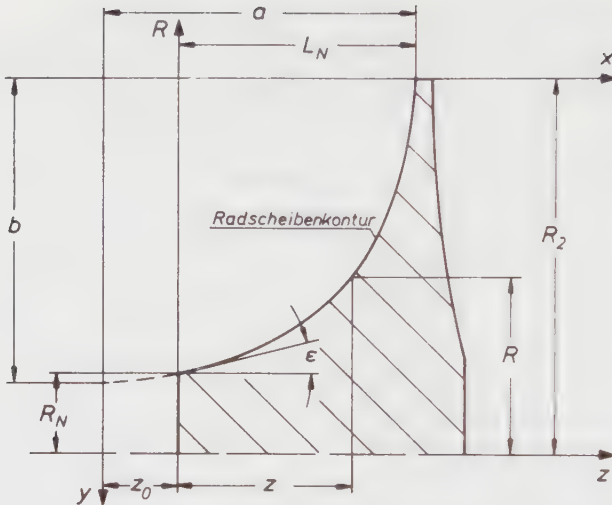


Bild 2.3: Laufrad mit elliptischer Radscheibenkontur

Aufgrund der in Bild 2.3 dargestellten Konturkoordinaten einer elliptischen Radscheibe ergeben sich folgende Zusammenhänge:

$$R = R_2 - \frac{b}{a} \cdot \sqrt{a^2 - (z + z_0)^2} \quad (2.8)$$

Darin ist

$$\frac{b}{a} = \frac{(R_2 - R_N)^2}{L_N^2} - \frac{2 \cdot (R_2 - R_N) \cdot \tan \epsilon}{L_N} \quad (2.9)$$

$$a = \frac{(R_2 - R_N)}{\left(\frac{b}{a}\right)^2} \cdot \tan \epsilon + L_N \quad (2.10)$$

$$z_0 = a - L_N \quad (2.11)$$

Während die Größen R_2 , R_N und L_N als Hauptabmessungen vorab festgelegt sind und im allgemeinen nicht zur Formänderung der Radscheibe herangezogen werden können, ist der Steigungswinkel ϵ am Laufradeintritt noch in gewissen Grenzen frei wählbar. Mit diesem Formparameter kann zum Beispiel der Kanalquerschnittsverlauf wirkungsvoll beeinflußt werden. Auf die Bewertung des Kanalquerschnittsverlaufes und auf die Möglichkeiten der Beeinflussung wird in Abschnitt 2.4 eingegangen.

Wird nach den vorstehenden Überlegungen zunächst die Radscheibenkontur festgelegt, so muß die nachfolgende Gestaltung der Deckscheibe einerseits das Kriterium eines stetigen Konturverlaufes beinhalten und andererseits auch das Kriterium eines stetigen Kanalquerschnittsverlaufes im Laufrad näherungsweise berücksichtigen. Da in diesem Konstruktionsstadium die Form der Schaufeln und damit die örtliche Energieübertragung noch unbekannt ist, kann der eigentliche Querschnittsverlauf der Laufradkanäle noch nicht zur Bewertung der Deckscheibenkontur herangezogen werden. Ein brauchbares Näherungskriterium liefert der Verlauf der Meridianquerschnitte zwischen Laufradein- und -austritt. Als Meridianquerschnitt wird eine Rotationsfläche bezeichnet, deren Erzeugende eine Konturnormale des unbeschaufelten Ringraumes ist (Bild 2.4). Die Stetigkeit des Meridianquerschnittsverlaufes bildet eine wesentliche Voraussetzung für einen stetigen Kanalquerschnittsverlauf. Diese Aussage wird im Abschnitt 2.4 näher diskutiert. In erster Näherung kann die Konturnormale an einer Stelle "x" der mittleren Meridiankanalkoordinate L durch eine Gerade der Länge b_x nachgebildet werden. Mit den in Bild 2.4 dargestellten Größen kann der Meridianquerschnittsverlauf durch folgende allgemeine Beziehung beschrieben werden:

$$R_x \cdot b_x = R_1 \cdot b_1 - (R_1 \cdot b_1 - R_2 \cdot b_2) \cdot \left(\frac{L_x}{L_2}\right)^n \quad (2.12)$$

Der Näherungsfehler, der mit der Annahme einer geraden Erzeugenden des Meridianquerschnittes verbunden ist, kann gemindert werden, wenn der Ringkanal zwischen Rad- und Deckscheibe so in Teilkanäle aufgeteilt wird, daß gemäß Bild 2.5 entlang einer Konturnormalen gleiche Ringflächen $(2 \cdot \pi \cdot R_{xi} \cdot b_{xi})$ entstehen.

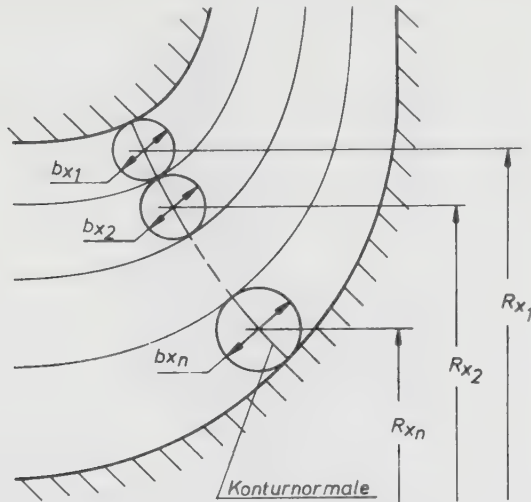


Bild 2.5: Teilkanalbegrenzungen und angenäherte Konturnormalen

Auf diese Weise wird eine Konturnormale, die bei stetig gekrümmter Rad- und Deckscheibe ebenfalls eine stetig gekrümmte Kurve ist, durch einen Polygonzug angenähert.

Die Nachrechnung des Meridianquerschnittsverlaufes der Teilkanäle wird nach Gleichung 2.12 vorgenommen. Stimmt der Gesamtquerschnittsverlauf nicht mit dem beabsichtigten überein, so wird die angenommene Deckscheibenkontur korrigiert und das Verfahren wiederholt. Es hat sich gezeigt, daß eine Aufteilung des Meridiankanals in 4 bis 8 Teilkanäle der exakten Lösung befriedigend nahekommt ohne die Rechenzeit und den Speicherbedarf unvertretbar zu steigern.

In Bild 2.6 ist die Plotterausgabe eines Berechnungsbeispiels wiedergegeben, bei dem ein linearer Meridianquerschnittsverlauf vorgegeben wurde. Der Ringkanal zwischen Rad- und Deckscheibe wurde in 4 Teilkanäle aufgeteilt. Die Berechnung der Meridianquerschnitte und die notwendige Korrektur der Deckscheibenkontur wurde auf 100 Punkte der mittleren Kanalkoordinate bezogen.

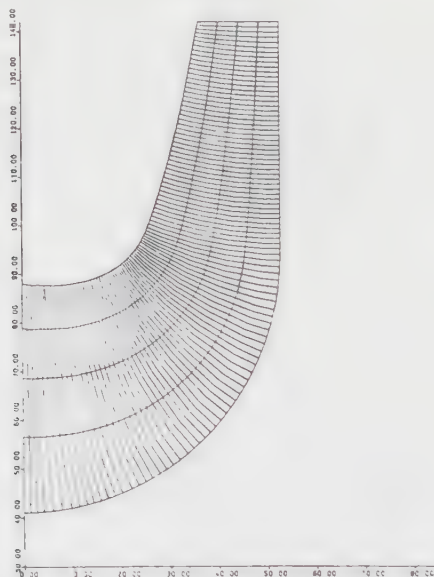


Bild 2.6: Plotterdarstellung der Teilkanalbegrenzungen und der angenäherten Konturnormalen.

2.3 Erzeugung räumlich verwundener Schauffelflächen

Die räumlich verwundenen Schauffelflächen wurden zunächst als sog. Skelettflächen entwickelt, d.h. sie stellen unendlich dünne Schaufeln dar. Diese Flächen können durch eine hinreichend große Zahl von Raumkurven beschrieben werden, die beim Schnitt der Skelettflächen mit den Rotationsflächen der Teilkanalbegrenzungen entstehen.

Bevor mit der Gestaltung und Beschreibung dieser Raumkurven begonnen werden kann, muß zunächst die Form und Lage der Schaufelein- und -austrittskante bestimmt werden. Die Schaufelaustrittskante ist allgemein eine Gerade, die im Meridianschnitt achsparallel verläuft. In Umfangsrichtung kann sie gegenüber der Achsrichtung geneigt sein. Für die Gestaltung der Schaufeleintrittskante in Meridianschnitt sind verschiedene Gesichtspunkte maßgebend. Zunächst soll ein ausreichend langer Strömungskanal entstehen, in dem das Fluid ohne zu starke Wandkrümmung von der Anströmrichtung in Abströmrichtung umgelenkt werden kann. In die gleiche Richtung zielt die Forderung, bei der vorgesehenen Energieübertragung im Laufrad die Schaufelbelastung nicht zu groß werden zu lassen. Bei langsamläufigen Verdichterrädern mit ausgeprägtem Radialteil lassen sich beide Forderungen mit einer achsparallelen Eintrittskante erfüllen. Schnellläufige Verdichterräder mit einem größeren Verhältnis von Saugmunddurchmesser zu Außendurchmesser haben eine geringere radiale Erstreckung bezogen auf eine achsparallele Eintrittskante. Eine hinreichend lange Schaufel läßt sich daher nur dann erzielen, wenn die Schaufeleintrittskante in den Saugmund vorgezogen wird. Abgesehen von dieser Notwendigkeit läßt sich eine vorgezogene Eintrittskante besser an die Strömungsverhältnisse vor der Beschauelung anpassen, als dieses bei einer achsparallelen Eintrittskante möglich ist.

Ein weiterer Vorteil der vorgezogenen Eintrittskante ergibt sich aus festigkeitsmechanischen Überlegungen. Bei einem geschlossenen Laufrad mit achsparallelen Schaufeleintrittskanten liegt die maximale Beanspruchung der Deckscheibe im Saugmundbereich. Vorgezogene Schaufeleintrittskanten wirken wie Speichen und entlasten diese Deckscheibenpartie. Dieser Gesichtspunkt ist besonders zu beachten, wenn hohe Umfangsgeschwindigkeiten gefordert werden. Sollen halboffene Laufräder größerer Durchfließzahl mit hoher Umfangsgeschwindigkeit betrieben werden, so wird aus Festigkeitsgründen eine achsnormale Schaufeleintrittskante ausge-

führt. Dadurch ergibt sich der Vorteil, daß der Eintrittsbereich der Schaufeln keine Fliehkraftbiegung erfährt und somit die mechanische Beanspruchung im Nabenanschluß der Schaufel reduziert wird.

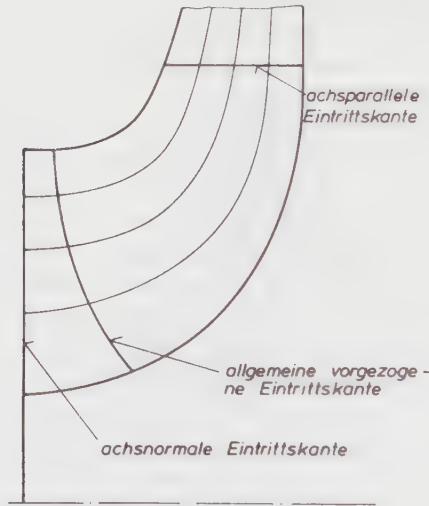


Bild 2.6: Lage der Schaufeleintrittskante

Auf die strömungstechnischen Nachteile einer radialstehenden Schaufeleintrittskante wird in Abschnitt 5.1.8.2 eingegangen.

Nach der Festlegung der Schaufelein- und austrittskante kann mit der eigentlichen Gestaltung der Schaufelfläche begonnen werden.

Zur Konstruktion und Beschreibung der eingangs erwähnten Skelettflächenkurven ist eine Vielzahl verschiedener Verfahren bekannt, von denen einige wichtige angesprochen werden, um typische Vorgehensweisen exemplarisch aufzuzeigen.

Es lassen sich im wesentlichen drei Verfahrensarten unterscheiden:

- analytische Verfahren
- zeichnerische Verfahren
- rechnerisch-zeichnerische Verfahren

2.3.1.1 Analytische Verfahren

Bei analytischen Verfahren werden die Raumkurven auf den Rotationsflächen der Teilkanalbegrenzungen analytisch beschrieben. Das bekannteste Verfahren dieser Art ist die Methode der punkweisen Gestaltung der Schaufelschnitte nach [5]. Hierbei wird z.B. der Winkelverlauf $\beta = \beta(r)$ zwischen Laufradein- und -austritt vorgegeben.

Aufgrund dieser Vorgabe und der festgesetzten Laufradhauptabmessungen werden die Raumkurven der Skelettfläche punktwise errechnet. Es ist durchaus möglich, daß der Winkelverlauf längs der erzeugten Raumkurven nicht den Erwartungen entspricht, weil über die Funktion $\beta = \beta(r)$ nur der Umlenkungsverlauf in radialer Richtung vorgegeben wird. Er gibt die Nachprüfung einen ungünstigen Verlauf, so wird eine Korrektur des vorgegebenen Winkelverlaufes notwendig. Die Stetigkeit der erzeugten Schaufelkurven in Strömungsrichtung sichert im allgemeinen, wegen der fehlenden mathematischen Bindung der Kurven untereinander, keine stetige Fläche normal zu den Kurven. Die Schaufelfläche kann daher bei diesem Verfahren unerwünschte Ausbeulungen aufweisen.

Ein weiteres analytisches Verfahren wurde von LAWACZEK [12] eingeführt. Bei dieser Konstruktionsmethode wird die Schaufelfläche als Schraubenfläche mit konstanter oder variabler Ganghöhe vorgegeben. Mit der Beschreibungsfunktion der Schraubenfläche und mit den Laufradhauptabmessungen als Randbedingungen kann die Schaufelskelettfläche beschrieben werden. Durch die Festlegung der Schraubenflächengeometrie wird jedoch die Gestaltung der Schaufelflächen derart ein-

geengt, daß nicht in jedem Fall ein strömungstechnisches Optimum erzielt werden kann. Außerdem ist die Stetigkeit der Schaufelfläche normal zu den Flächenkurven nicht a priori gesichert. Eine entsprechende analytische Bindung muß zusätzlich definiert werden, was jedoch nicht ohne größeren mathematischen Aufwand möglich ist und das Verfahren erheblich kompliziert.

Wird die Schaufelfläche, wie in Abschnitt 2.3.3.2 erläutert, als Regelfläche mit achsnormaler Erzeugenden angenommen, so ist ebenfalls eine analytische Schaufelflächenbeschreibung möglich. Auch in diesem Fall bedingt die Einschränkung beeinflubarer Geometrieparameter der Schaufelfläche die Reduzierung formbestimmender Strömungskriterien.

2.3.1.2 Zeichnerische Verfahren

Alle zeichnerischen Verfahren zur Schaufelflächengestaltung beinhalten das Problem, räumliche Konfigurationen in der Zeichenebene darstellen zu müssen. Die Projektion einer gekrümmten Fläche auf eine Ebene verursacht notwendigerweise Verzerrungen der Fläche, der Längen und der Winkel. Eine im mathematischen Sinn "ähnliche" Abbildung eines gekrümmten Flächenstückes in der Ebene ist allgemein nicht möglich. In der Regel werden "affine" Abbildungen gewählt, deren wesentliche Eigenschaft die gegenseitige Zuordnung ist, d.h. jedem Punkt in der Abbildung entspricht ein Punkt im Urbild. Im Gegensatz zur "ähnlichen" Abbildung besteht bei der "affinen" Abbildung weder ein konstanter Maßstabsfaktor hinsichtlich zugeordneter Strecken, noch sind im allgemeinen einander zugeordnete Winkel gleich groß. Aus dieser Definition der "affinen" Abbildung ist zu erkennen, daß ein räumliches Flächen- oder Kurvenstück durch beliebig viele Abbildungsvorschriften in eine Ebene projiziert werden kann. Durch einige besondere Abbildungsvorschriften können gekrümmte Flächen oder Kurven entweder "längentreu", "winkeltreu" oder "flächentreu" in der Ebene dargestellt

werden.

Entsprechende Verfahren sind insbesondere aus der Kartographie bekannt. Die Erdoberfläche wird dabei entweder direkt auf eine Ebene abgebildet (Azimutalprojektion) oder über eine abwickelbare Regelfläche, wie Zylinder- oder Kegelmantel, mittelbar in eine ebene Darstellung überführt. Bei der Azimutalprojektion wird die Kugeloberfläche direkt auf eine Tangentialebene abgebildet. Je nach Abbildungsvorschrift kann entweder eine "flächentreue" oder "winkeltreue" Projektion erreicht werden. Nur im Tangentialpunkt liegt eine "ähnliche" Abbildung vor.

Zur Zylinderprojektion wird um die Kugel ein Berührungszylinder gelegt. Durch eine entsprechende Abbildungsvorschrift kann die Umgebung des Berührungskreises entweder "flächentreu" oder "winkeltreu" auf den Zylindermantel und nach dessen Abwicklung, auf die Ebene projiziert werden. Die "winkeltreue" Abbildung, die sog. Mercatorprojektion, hat in der Navigation besondere Bedeutung erlangt.

Azimutal- und Zylinderprojektion sind Sonderfälle der Kegelmantelprojektion. Während die erstgenannten für die Darstellung von Schaufelflächen eines Radialrades weniger geeignet sind, wird das Kegelmantelverfahren seit Jahrzehnten erfolgreich angewendet. Dieses Verfahren gestattet "flächentreue" oder "längentreue" ebene Abbildungen der Schaufelgeometrie. Für die Radialradkonstruktion wird die "längentreue" Variante benutzt.

Gemäß Bild 2.7 wird der Projektionskegel so gelegt, daß er die Rotationsfläche einer Teilkanalbegrenzung an der festgelegten Schaufeleintrittskante tangiert. Die Meridiankontur der Teilkanalbegrenzung wird danach "längentreu" auf dem zugeordneten Meridian des Kegelmantels abgebildet.

$$\widehat{P_1 P_x} = \overline{P_1 P_x''}$$

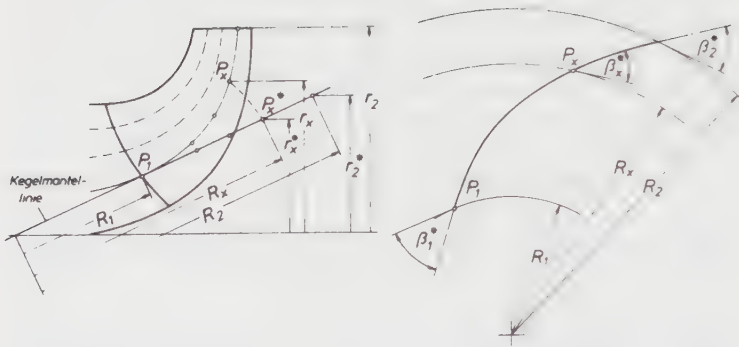


Bild 2.7: Kegelmantelprojektion

Wird der Kegelmantel abgewickelt, so entsteht das ebene Abbild der Teilkanalfläche in Form eines Kreisringes mit den Kegelmantellängen R_1 und R_2 als begrenzende Radien. Da im Tangentialpunkt P_1 auch eine "winkeltreue" Abbildung gegeben ist, kann in der Abwicklung am Radius R_1 der Schaufeleintrittswinkel direkt angetragen werden. Bei der weiteren Gestaltung der Schaufelschnittlinie in der Abbildungsebene ist zu berücksichtigen, daß mit wachsendem Abstand zwischen Projektionskegel und Teilkanalfläche die Winkelverzerrung zunimmt. Für die Stelle P_x mit dem Winkel β_x und den zugeordneten Radien r_x und r_x^* gilt:

$$\tan \beta_x^* = \tan \beta_x \cdot \frac{r_x}{r_x^*} \quad (2.13)$$

Nach dieser Beziehung wird im allgemeinen nur der abgebildete Schaufelaustrittswinkel umgerechnet.

$$\tan \beta_2^* = \tan \beta_2 \cdot \frac{r_2}{r_2^*}$$

In der Abbildungsebene wird danach ein Kurvenzug konstruiert, der den Eintrittswinkel β_1 mit dem Austrittswinkel β_2^* möglichst stetig verbindet. Dieser Kurvenverlauf kann entsprechend der Abbildungsvorschrift auf die Rotationsfläche der Teilkanalbegrenzung übertragen werden, bzw. auf einer anderen Projektionsebene, z.B. auf einer achsnormalen Ebene, dargestellt werden. Es ist jedoch zu beachten, daß der transformierte Schaufelverlauf nur am Laufradein- und -austritt "winkeltreu" dargestellt wird, es sei denn, daß der dazwischen liegende Winkelverlauf gemäß Gleichung (2.13) umgerechnet wird.

2.3.1.3 Rechnerisch-zeichnerische Verfahren

Rechnerisch-zeichnerische Konstruktionsverfahren werden immer dann notwendig sein, wenn es gilt, gekrümmte, nicht-abwickelbare Flächen direkt auf eine Ebene abzubilden, wobei in größeren Flächenbereichen zum Beispiel die Eigenschaft "winkeltreu" erhalten bleiben soll. Verfahren dieser Art sind insbesondere zur konformen Abbildung gekrümmter Kurven und Flächen bekannt, wobei eine konforme Abbildung dann vorliegt, wenn Urbild und Abbild "in kleinsten Teilen ähnlich" sind. Als Beispiel hierfür sei die konforme Abbildung einer Rechteckfläche auf einen Kreisringsektor in Bild 2.8 betrachtet.

Der Seitenlänge a entspricht in der Abbildung der Zentriwinkel φ_a während die Seitenlänge b auf die Radiendifferenz $r_2 - r_1$ abgebildet wird. Eine Parallele G_x zur y -Achse mit dem Abstand x geht in einen Radialstrahl G_x^* mit dem Winkel φ über. Die Geraden G_x und G_y , die sich im Punkt P senkrecht schneiden, stehen auch im Schnittpunkt des Abbildes P^* senkrecht aufeinander, was die Eigenschaft der "Winkeltreue" im Schnittpunkt beweist.

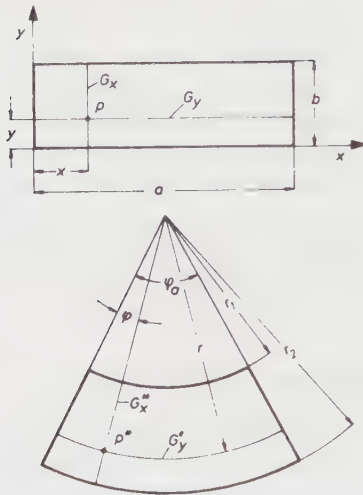


Bild 2.8: Beispiel einer konformen Abbildung

Die Maßstabsverhältnisse in den jeweiligen Koordinatenrichtungen lassen sich aus den geometrischen Zuordnungen ableiten.

In x- bzw. φ -Richtung gilt:

$$x = \varphi \cdot \frac{a}{\varphi_a} \quad (2.14)$$

Für y- bzw. r-Richtung findet man über den Ansatz

$$\frac{dr}{dy} = \frac{\varphi_a}{a} r \quad (2.15)$$

den Zusammenhang:

$$y = \frac{\varphi_a}{a} \cdot \ln \frac{r}{r_2} \quad (2.16)$$

Aus den Gleichungen 2.14 und 2.16 erkennt man, daß sich der Maßstabsfaktor entlang zugeordneter Koordinatenlinien nicht

verändert, d.h. daß bei der konformen Abbildung die Längenverzerrung richtungsunabhängig ist, Damit liegt im infinitesimal kleinen Bereich eines Koordinatenschnittpunktes die verlangte Ähnlichkeit der Abbildung vor.

Die Anwendung der konformen Abbildung zur Schaufelkonstruktion wurde erstmals von KAPLAN [46] zur Konstruktion von Wasserturbinenschaufeln vorgeschlagen. F. PRASIL [11] und später G.F. WISLICENIUS [11] haben diese Methode weiterentwickelt und modifiziert. Nachfolgend wird das WISLICENIUS-Verfahren ausführlicher dargestellt.

2.3.2 Erzeugung "stetig umlenkender" Schaufelflächen

"Stetig umlenkende" Schaufelflächen können nach einem Verfahren von WISLICENIUS [11] rechnerisch-zeichnerisch entwickelt werden. Die Schaufelschnittkurven werden hierbei in der Ebene konstruiert und konform auf die zugeordneten Rotationsflächen der Teilkanalbegrenzungen abgebildet. Da eine konforme Abbildung eine "winkeltreue" Projektion ist, werden die Schaufelschnittkurven mit gleichbleibendem Winkelverlauf aus der Ebene auf die Rotationsflächen übertragen. Diese Eigenschaft des Verfahrens ist für die Schaufelgestaltung von besonderer Bedeutung. Der Verlauf der Umfangskomponente c_u der Absolutgeschwindigkeit c im Laufrad wird wesentlich durch den Winkelverlauf der Schaufeln bestimmt. Damit besteht ein direkter Zusammenhang zwischen dem Energieumsatz im Laufrad und dem Schaufelwinkel. Wird nun in der Ebene ein stetiger Winkelverlauf der Schaufelschnittkurven erzeugt, so ist es aus dem vorgenannten Grund besonders wichtig, diesen Verlauf auch "winkeltreu" auf die wahre Schaufelfläche zu übertragen. Verzerrungen der Länge und der Fläche, die bei dem Projektionsverfahren auftreten haben keine so große Bedeutung.

Aus den genannten Gründen wurde das WISLICENIUS-Verfahren zur Gestaltung der Schaufelflächen ausgewählt.

Für den Einsatz dieses Verfahrens im Rahmen der rechnergestützten Konstruktion war es notwendig, die zeichnerischen Entwicklungsschritte analytisch zu formulieren. Einzelheiten hierzu sind in [17] enthalten. Zur Anwendung des Verfahrens müssen die Meridiankonturen der Rad- und Deckscheibe, die Konturen der Teilkanalbegrenzungen, die Lage der Schaufelein- und -austrittskante im Meridianschnitt, sowie die Winkelverteilung $\beta_1(r)$ und $\beta_2(r)$ bestimmt sein.

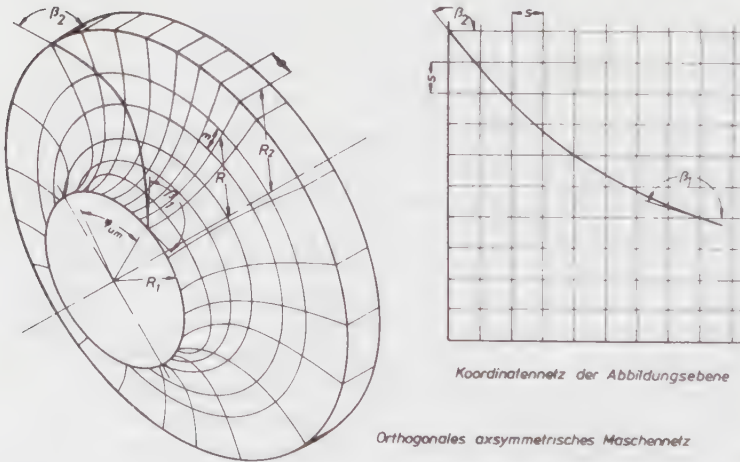


Bild 2.10: Abbildungsverfahren nach WISLICENIUS

Im ersten Verfahrensschritt werden die Rotationsflächen der Teilkanalbegrenzungen mit einem orthogonalen achsymmetrischen Koordinatennetz überzogen, dessen äquidistante Maschenweite in Umfangsrichtung durch die Bogenlänge s am Außenradius R_2 definiert ist (Bild 2.10).

Die Maschenweite m in Meridianrichtung wird so aufgeteilt, daß nach der Abbildungsvorschrift

$$m = s \cdot \frac{R}{R_2} \quad (2.17)$$

in der Ebene ein quadratisches Netzwerk mit der Maschenweite s entsteht.

Auf der dem Radius R_2 zugeordneten Netzlinie in der Abbildungsebene wird die Lage der Richtungsvektoren am Laufradaustritt fixiert. Ist die Austrittskante achsparallel, so fallen die Anfangspunkte der Vektoren in einem Punkt zusammen. Ist das nicht der Fall, so wird ihre gegenseitige Zuordnung in der Abbildungsebene entsprechend der Lage der Austrittskante zur Laufradachse ermittelt und festgelegt. In der Praxis werden je nach Drehrichtung des Rades die Anfangspunkte der Austrittsvektoren an den linken oder rechten Rand des Abbildungsnetzes gelegt. Durch die Festlegung der Eintrittskante im Meridianschnitt liegt der erste geometrische Ort der Anfangspunkte der Eintrittsrichtungsvektoren über die zugeordneten abgebildeten m -Koordinaten fest.

Der zweite geometrische Ort der Anfangspunkte wird im zweiten Verfahrensschritt durch die Vorgabe der Beschreibungsfunktionen und Randbedingungen für die Schaufelschnittkurven ermittelt. Wird beispielsweise eine konstante Umlenkung längs der Schnittkurven verlangt, so ist über die Kreisfunktion, die dieser Forderung entspricht, der zweite geometrische Ort der Vektoranfangspunkte eindeutig festgelegt (Bild 2.11).

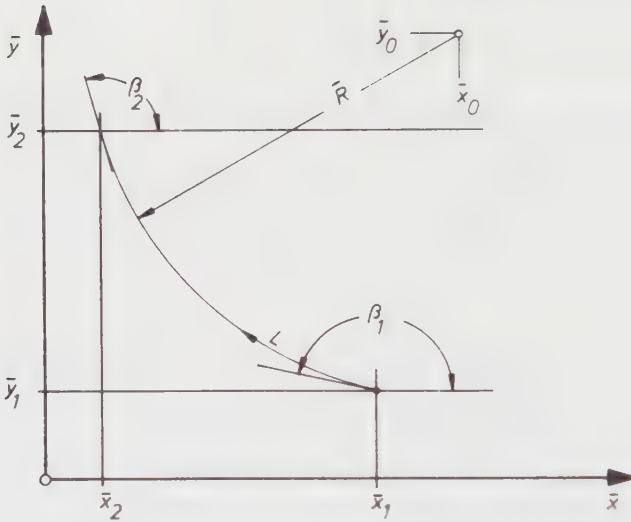


Bild 2.11: Schaufelschnittkurven nach der Kreisfunktion

Entsprechend den Bezeichnungen in Bild 2.11 ist

$$\bar{x}_1 = \sqrt{R^2 + \bar{x}_0^2 - (\bar{y}_1 - \bar{y}_0)^2} \quad (2.18)$$

mit den Formparametern

$$\bar{y}_0 = \frac{\bar{y}_2 \cdot \cos \beta_2^* - \bar{y}_1 \cdot \cos \beta_1^*}{\cos \beta_2^* - \cos \beta_1^*} \quad (2.19)$$

$$\bar{x}_0 = (\bar{y}_2 - \bar{y}_1) \cdot \tan \beta_2^* \quad (2.20)$$

$$R = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_0}{\cos \beta_1^*} \quad (2.21)$$

$$\beta_1^* = 180^\circ - \beta_1 \quad \beta_2^* = 180^\circ - \beta_2$$

Werden zur Kurvenbeschreibung beispielsweise elliptische oder parabolische Funktionen verwendet, so ist zur eindeutigen Bestimmung der Kurvenparameter eine zusätzliche Aussage z.B. über die Kurvenlänge notwendig.

Bild 2.12 zeigt die Plotterausgabe der Schaufelschnittlinien in der Abbildungsebene. Zu Kontroll- und Korrekturzwecken wird diese Darstellung auch über ein Sichtgerät ausgegeben.

Entsprechend der Vorschrift Gleichung 2.17 erfolgt im dritten Verfahrensschritt die konforme Abbildung der erzeugten ebenen Kurven auf die zugehörigen Rotationsflächen. Damit liegt die Grobstruktur der Schaufelskelettfläche fest.

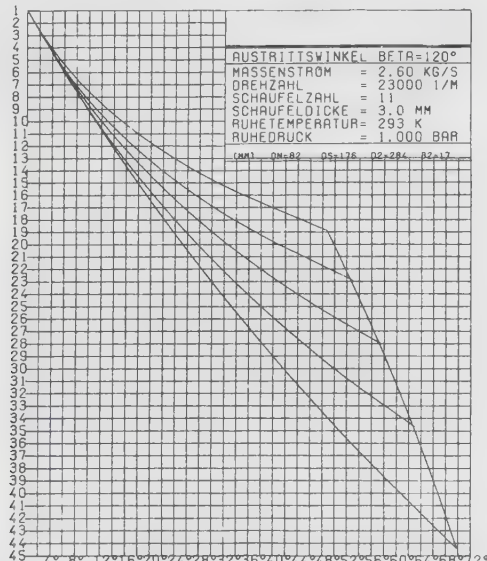


Bild 2.12: Schaufelschnittlinien in der Abbildungsebene

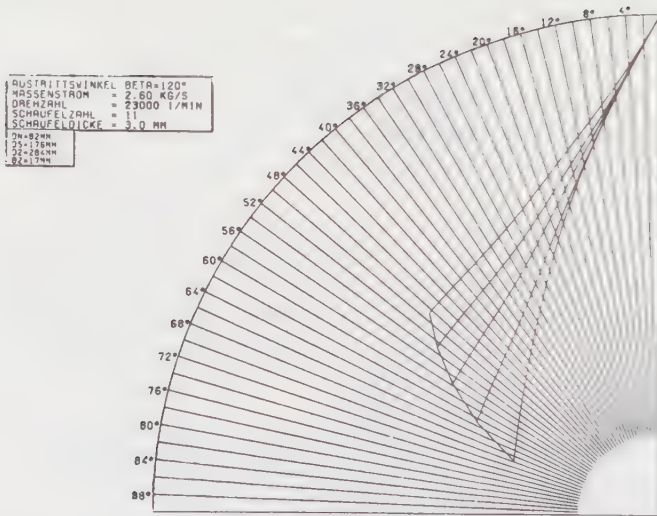


Bild 2.13: Schaufelschnittlinienprojektion in der achsnormalen Laufradebene (geplottet)

Bild 2.13 zeigt die Plotterdarstellung der Schaufelflächenprojektion in die achsnormale Ebene. Zur Darstellung und Beurteilung der räumlich verwundenen Schaufelfläche werden Schnittspuren der Schaufelfläche mit äquidistant geschichteten achsnormalen Ebenen erzeugt.

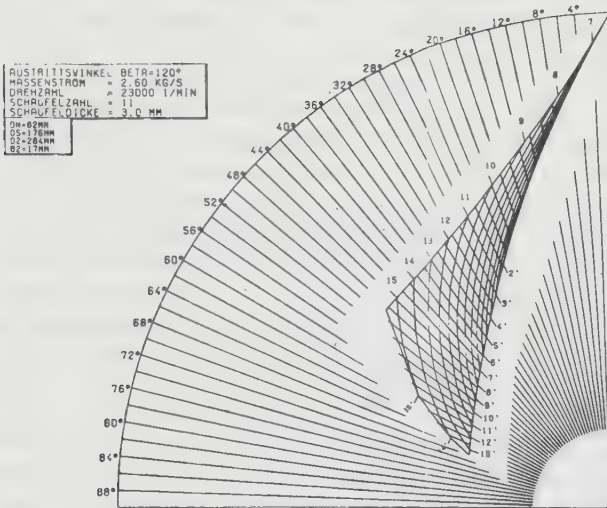


Bild 2.14: Höhengsnitte der Schaufelfläche (geplottet)

Die in Bild 2.14 dargestellten Höhenlinien werden über einen Plotter oder ein Sichtgerät ausgegeben und dienen zunächst zur Vorabbeurteilung der erzeugten Schaufelgeometrie. Bei konventioneller Laufradfertigung können diese Höhenlinien unmittelbar zur Herstellung des Schaufelklotzes verwendet werden. Soll das Laufrad mittels NC-Fräsen gefertigt werden, so sind weitere Überlegungen notwendig, die nachfolgend erläutert werden.

Die konstruierten Schaufelschnittkurven sichern nach Vor-aussetzung eine stetige Umlenkung längs dieser Linien. Eine strömungsglatte Fläche ist nicht gewährleistet. Hierzu fehlt eine entsprechende Bindung der Kurven in der Abbildungsebene untereinander und eine gesetzmäßige Koppelung mit den Erzeugenden der Rotationsflächen. Werden z.B. so-

wohl die Kurven im Meridianschnitt, als auch die in der Abbildungsebene nach der Kreisfunktion gebildet, so läßt sich zeigen, daß die so erzeugten Schauffelflächen im Sinne der Definition strömungsglatt ist.

In diesem Fall ist jedoch im Zusammenhang mit den vorgegebenen Hauptabmessungen die Kanalgeometrie streng fixiert. Beeinflußbare Formparameter zur Anpassung der Kanalgeometrie an einen gewünschten Kanalquerschnittsverlauf existieren nicht. Soll diese Möglichkeit gezielter Anpassung erhalten bleiben, so müssen die Beschreibungsfunktionen der Kurven im Meridianschnitt und in der Abbildungsebene über mindestens einen freien beeinflußbaren Formparameter verfügen, wie es beispielsweise bei Vorgabe einer elliptischen Funktion gegeben ist.

Die gesetzmäßige Verknüpfung so gestalteter Kurvenscharen zur Erzeugung strömungsglatte Flächen bei gleichzeitiger Existenz beeinflubarer Formparameter stellt ein schwer überschaubares Problem dar und ist für einen praktikablen Konstruktionsalgorithmus schlecht geeignet.

Sollen bereits im Konstruktionsstadium strömungsglatte Schauffelflächen erzeugt werden, wie dieses für eine anschließende NC-Fertigung notwendig ist, so erweist es sich als zweckmäßig, nur die Flächenberandung an der Rad- und Deckscheibe nach dem WISLICENIUS-Verfahren zu entwickeln und die Schauffelfläche nach einer geeigneten Flächeninterpolation zu erzeugen.

2.3.3 Erzeugung "strömungsglatte" Schauffelflächen

Das COONS'sche Verfahren zur Flächenbeschreibung [16] ist derzeit eine der universellsten Methoden zur rechnergestützten Interpolation und Approximation räumlich gekrümmter Flächen. Die algorithmische Struktur dieses Verfahrens stützt sich auf folgende Fakten:

1. Glatte, berandete Flächen lassen sich durch ein Minimum an Kurven derart definieren, daß sie gegenüber angrenzenden Flächen in Lage, Steigung und Krümmung sowie in jeder beliebigen Ableitung übereinstimmen.
2. Die flächenbeschreibenden Kurven können verschiedener Art sein, z.B. Kreise, Kurven zweiten Grades, allgemeine Polynomkurven, jedoch auch analytisch nicht geschlossen beschreibbare Kurven.
3. Komplizierte Flächen werden durch eine diskrete Zahl von zusammenhängenden Flächenstücken, sog. Pflastern, gebildet. Jedes Flächenstück ist durch vier Randkurven definiert.

Gemäß der in Abschnitt 2.1 festgelegten Definition der "strömungsglatten" Fläche wurden in der vorliegenden Arbeit die Postulate von COONS dahingehend erweitert, daß die 1. partiellen Ableitungen der beschreibenden Parameterfunktionen im Definitionsgebiet höchstens einen Extremwert haben sollen. Diese Bedingung ist im Normalfall dann gesichert, wenn sie bei der Definition der berandenden Kurven eingehalten wird.

Wie bereits in Abschnitt 2.1 angesprochen, erfolgt die Flächenbeschreibung in krummlinigen, sog. Gauß'schen Koordinaten (Bild 2.1). Die Randkurven der Fläche bzw. des Flächenstücks sind dabei Netzklinien, d.h., sie hängen jeweils nur von einer Variablen u oder v ab. Es empfiehlt sich den Definitionsbereich

$$u_1 \leq u \leq u_n$$

$$v_1 \leq v \leq v_m$$

so zu normieren, daß

$$0 \leq u \leq 1$$

$$0 \leq v \leq 1$$

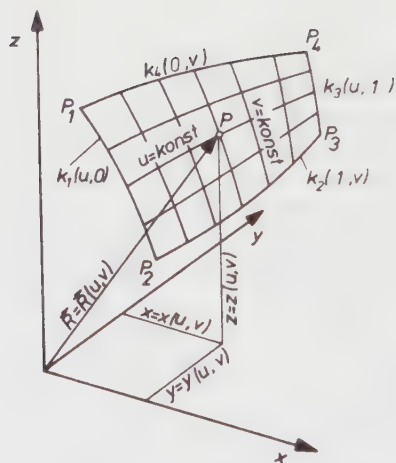


Bild 2.15: Randkurven eines Flächenstückes

Damit gilt für die Beschreibung der vier Randkurven (Bild 2.15)

$$K_1 = K_1(u, 0) \quad (2.22)$$

$$K_2 = K_2(0, v) \quad (2.23)$$

$$K_3 = K_3(u, 1) \quad (2.24)$$

$$K_4 = K_4(1, v) \quad (2.25)$$

oder allgemein formuliert

$$K_i = K_i(w) \quad (2.26)$$

wobei w die zugehörige Variable u oder v der Randkurve i repräsentiert.

In Vektordarstellung lautet die Beschreibung der Randkurve i

$$\vec{K}_i(w) = x(w) \cdot \vec{n}_x + y(w) \cdot \vec{n}_y + z(w) \cdot \vec{n}_z \quad (2.27)$$

Darin sind $\vec{n}_x$, $\vec{n}_y$ und $\vec{n}_z$ Einheitsvektoren in der bezeichneten Koordinatenrichtung.

Randkurven der Fläche sind die nach dem WISLICENIUS-Verfahren entwickelten Schnittkurven der Schaufelskelettfäche mit den Rotationsflächen der Rad- und Deckscheibe, sowie die Ein- und Austrittskante bzw. Teilflächengrenzen.

Die Beschreibung aller Flächenpunkte innerhalb der Be-
randung ergibt sich nach der COONS'schen Flächenformel:

$$\begin{aligned} \vec{R}(u,v) = & \vec{K}_1(u,0) \cdot F_0(v) + \vec{K}_2(1,v) \cdot F_1(u) + \vec{K}_3(u,1) \cdot F_1(v) \\ & + \vec{K}_4(0,v) \cdot F_0(u) - \vec{P}_1 \cdot F_0(u) \cdot F_0(v) - \vec{P}_2 \cdot F_0(v) \cdot F_1(u) \\ & - \vec{P}_3 \cdot F_1(u) \cdot F_1(v) - \vec{P}_4 \cdot F_0(u) \cdot F_1(v) \end{aligned} \quad (2.28)$$

In dieser Vektorgleichung sind

$\vec{K}_i$: Vektorfunktionen der Randkurven

F_0, F_1 : skalare Gewichtsfunktionen

$\vec{P}_i$: Ortsvektoren der Flächeneckpunkte

Die Gewichtsfunktionen F_0 und F_1 sind jeweils von den Variablen u oder v abhängig. Sie sind so definiert, daß sie in dem normierten Intervall 0 ./ 1 monoton und stetig sind und außerdem an den Intervallgrenzen folgende Bedingungen erfüllen:

$$F_0(0) = 1 \quad F_0(1) = 0$$

$$F_1(1) = 1 \quad F_1(0) = 0$$

0

Dieses ist z.B. beim Ansatz der folgenden kubischen Polynome gegeben:

$$F_0(w) = 1 - 3 \cdot w^2 + 2 \cdot w^3 \quad (2.29)$$

$$F_1(w) = 3 \cdot w^2 - 2 \cdot w^3$$

$$0 \leq w \leq 1 \quad (2.30)$$

An die Stelle der Variablen w kann die jeweils gültige Variable u oder v gesetzt werden.

Die Gewichtsfunktionen F_0 und F_1 gewährleisten die postulierten Übergangsbedingungen an den Flächenrändern. Die Flächenform im Inneren der Berandung hängt somit nur von den Berandungsfunktionen und -bedingungen ab. Nach den Grundsätzen des COONS'schen Interpolationsverfahrens sind alle flächenbeschreibenden Funktionen zugelassen die den geforderten Stetigkeitsbedingungen im Flächeninneren und an den Rändern entsprechen.

In der Praxis erweist es sich jedoch als vorteilhaft, von dieser Allgemeinheit abzurücken und bikubische Polynome zur Flächenbeschreibung heranzuziehen. Die Parameterform einer so beschriebenen Fläche ist dann

$$x = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 a_{x_{ij}} \cdot u^i \cdot v^j \quad (2.31)$$

$$y = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 a_{y_{ij}} \cdot u^i \cdot v^j \quad (2.32)$$

$$z = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 a_{z_{ij}} \cdot u^i \cdot v^j \quad (2.33)$$

Für den Ortsvektor $\vec{R}_{(u,v)}$ gilt in diesem Fall

$$\vec{R}_{(u,v)} = (1 \ u \ u^2 \ u^3) \cdot \begin{pmatrix} \vec{a}_{00} & \vec{a}_{01} & \vec{a}_{02} & \vec{a}_{03} \\ \vec{a}_{10} & \vec{a}_{11} & \vec{a}_{12} & \vec{a}_{13} \\ \vec{a}_{20} & \vec{a}_{21} & \vec{a}_{22} & \vec{a}_{23} \\ \vec{a}_{30} & \vec{a}_{31} & \vec{a}_{32} & \vec{a}_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ v \\ v^2 \\ v^3 \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

oder kürzer gefaßt

$$\vec{R}_{(u,v)} = \vec{u}^T \cdot A \cdot \vec{v} \quad (2.35)$$

Zur Bestimmung der Koeffizientenmatrix A mit ihren 16 Vektoren $\vec{a}_{ij}$ gibt es verschiedene Möglichkeiten:

1. Es sind die Ortsvektoren von 16 Flächenpunkten bekannt. Durch jeweils 4 Punkte wird das Näherungspolynom einer Randkurve definiert. Da die Eckpunkte zu jeweils 2 Randkurven gehören, müssen weitere 4 Punkte im Flächeninneren bekannt sein. Bei Vorgabe von 4 inneren Flächenpunkten ist einerseits das Kriterium der strömungsglatten Fläche nicht mehr gewährleistet, andererseits ist bei Pflasterdarstellung einer Fläche kein knickfreier Übergang an den Pflasterrändern gesichert.
2. An die Stelle der 4 inneren Flächenpunkte treten die als kubische Polynome definierten Gewichtsfunktionen $F_0(w)$ und $F_1(w)$. In diesem Fall ist, wie bereits ausgeführt, die Flächenform durch die Randkurven und die Übergangsbedingungen an den Rändern eindeutig festgelegt.
3. Zur Bestimmung der Koeffizientenmatrix A werden nur Eckpunktinformationen der Flächenberandung benutzt. Dieses sind die Ortsvektoren $\vec{R}_i$ der Eckpunkte, die Tangentenvektoren $\vec{R}_{ui}$ und $\vec{R}_{vi}$ an den Eckpunkten in Richtung der Koordinaten u und v, so wie sog. Twistvektoren $\vec{R}_{uvi}$.

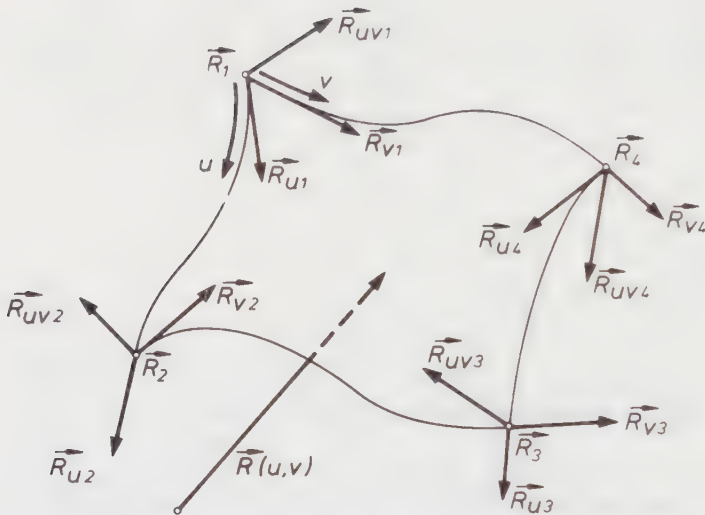


Bild 2.16: Darstellung der Eckpunktvektoren

Über die Twistvektoren $\vec{R}_{UVi}$ an den Flächeneckpunkten kann sowohl die Randsteigung als auch die Flächenform beeinflusst werden, ohne die Übergangsbedingungen zu verletzen. Die Benutzung der Eckpunktinformationen einschließlich der Twistvektoren wird immer dann sinnvoll sein, wenn eine gegebene Fläche zur rechnerinternen Darstellung möglichst genau approximiert werden soll. Mit Hilfe der Twistvektoren ist möglich eine Flächenausbeulung nachzubilden, die über den Einfluß der Randkurven hinausgeht. Bei Schaufelflächen ergibt sich diese Notwendigkeit im allgemeinen nicht, da bei vorgegebenen Schaufelberandungen minimale Oberflächen zur Minimierung der Wandreibungsverluste angestrebt werden. Daher ist die Benutzung der Eckpunktinformationen mittels Twistvektoren für das vorliegende Problem weniger geeignet. Zur Erzeugung und Beschreibung der strömungsglatten Schaufelfläche wird die 2. Möglichkeit benutzt. Die vorgegebenen Randkurven der Schaufelfläche werden durch kubische Polynome approximiert. Die Gewichts-

funktionen $F_0(w)$ und $F_1(w)$ werden entsprechend der Gleichungen 2.29 und 2.30 ebenfalls durch kubische Polynome gebildet. Damit liegt die Schaufelfläche eindeutig fest.

2.3.3.1 Sonderfall: Schaufelfläche als abwickelbare Regel- fläche

Ein Sonderfall der Flächeinterpolation liegt vor, wenn sich die Gauß'schen Koordinaten quer zur Strömungsrichtung als Geraden definieren lassen. Dies ist dann möglich, wenn sowohl die Eintrittskante als auch die Austrittskante in flächenparalleler Projektion Geraden sind. In diesem Fall wird die Schaufelfläche zur Regelfläche, wobei die Schaufelberandungen an der Rad- und Deckscheibe Leitkurven der erzeugenden Geraden sind.

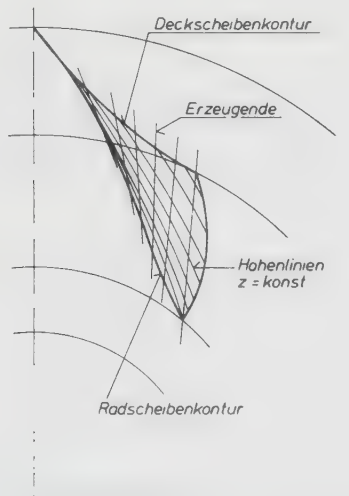


Bild 2.17: Schaufelfläche als Regelfläche gestaltet

Die Konstruktion als Regelfläche ist ebenso einfach wie sinnvoll. Letzteres bezieht sich sowohl auf die Schaufel- bzw. Laufradfertigung, als auch auf die Möglichkeit der Laufradanpassung an verschiedenen vorgegebene Betriebsbedingungen. Fertigungstechnische Vorteile ergeben sich sowohl für Laufräder in geschweißter, als auch in gefräster Ausführung.

Für Laufräder in Schweißkonstruktion werden die Schaufeln aus Blechen gefertigt. Hierbei wirkt es sich günstig aus, daß die Regelflächen einfach abwickelbar sind. Beim Fräsen von Laufrädern mit räumlich verwundenen Schaufeln werden allgemein Gesenkräser mit halbkugelförmiger Stirn verwendet. Sind die Schaufelflächen allgemein gekrümmte Flächen, so wird die Schaufeloberfläche ausschließlich durch die Fräserkuppe erzeugt. Es entsteht ein ausgeprägtes Fräsezeilenraster als Oberflächenstruktur. Ist die Schaufel als Regelfläche ausgebildet, so ist es zumindest bei der Schlichtbearbeitung möglich, die gesamte Schaufel in einen Fräsgang zu umfahren, wobei die Fräferschaftsschneiden die Schaufel über die gesamte Höhe tangieren. Dieses Fräsverfahren, das jedoch fünf Freiheitsgrade der Vorschubbewegung erfordert, ergibt eine glatte, zeilenfreie Schaufeloberfläche. Eine glättende Nachbearbeitung der gefrästen Flächen kann entfallen.

Die Herstellung von Laufrädern mit räumlich verwundenen Schaufeln ist mit relativ hohen Fertigungskosten verbunden. Dies gilt besonders für die Nebenkosten, die für die Herstellung von Modellen, Gesenken und Vorrichtungen anfallen. Zur Senkung dieser Kosten ist es nahezu unumgänglich, Standardlaufräder zu entwickeln, die in einen bestimmten Bereich der Durchfließzahl φ_D ohne nennenswerte Wirkungsgradeinbuße einem jeweils geforderten Volumenstrom angepaßt werden können. Werden diese Standardlaufräder in geschweißter Ausführung hergestellt, so wird für die obere Bereichsgrenze der Durchfließzahl φ_D eine sog.

Mutterschaufel entwickelt. Zur Anpassung an vorgegebene Betriebsbedingung innerhalb des Standardbereiches wird nur die Meridiankontur der Schaufel verändert, d.h. die Schaufeln werden aus den vorgefertigten Mutterschaufeln ausgeschnitten.

Analog hierzu erfolgt die Anpassung gefräster oder gegossener Standardlaufräder durch Abdrehen der Deckscheibenkontur.

Werden die Schaufelflächen solcher Standardlaufräder als Regelflächen ausgebildet, so ergeben sich nicht nur die erwähnten Fertigungsverfahren, sondern es ist auch eine gute strömungstechnische Anpassung innerhalb des Standardbereiches gewährleistet. Die letztere Aussage stützt sich u.a. auf Messungen von SIMON [23].

2.3.3.2 Sonderfall: Schaufelfläche als Regelfläche mit achsnormaler Erzeugenden

Eine spezielle Regelfläche, die insbesondere zur Erzeugung von Schaufelskelettflächen für Laufräder hoher Umfangsgeschwindigkeit interessant ist, ergibt sich dadurch, daß die Erzeugende als eine radialgerichtete, achsnormale Gerade angenommen wird.

Räumlich verwundene Laufradschaufeln die nach dieser Gestaltungsvorschrift entwickelt werden, sind über die gesamte axiale Erstreckung radial gerichtet und damit frei von Fliehkraftbiegespannungen. Dadurch ist es möglich, solche Räder, bei ansonsten gleichen Bedingungen, mit höheren Umfangsgeschwindigkeiten u_2 zu betreiben als dieses bei anders geformten Schaufelflächen zulässig wäre. Infolge der höheren Umfangsgeschwindigkeit u_2 ergibt sich ein größerer Umsatz spez. technischer Arbeit a und damit ein höheres Stufendruckverhältnis.



Bild 2.18: Verdichterlaufrad hoher Schnellläufigkeit

Mit der Vorgabe einer so gearteten Schauffelfläche ist eine erhebliche Reduzierung beeinflubarer Flächenparameter verbunden. Außerdem ist dadurch der Austrittswinkel $\beta_2=90^\circ$ festgelegt, bzw. diese Flächenform ist nur bei 90° -Rädern anwendbar.

Die Gestaltung der Schauffelfläche beschränkt sich im wesentlichen auf die Gestaltung und Beschreibung der deckscheibenseitigen Leitlinie der erzeugenden Geraden. Wie in Abschnitt 5.8.2 am Beispiel radialgerichteten Schauffel-eintrittskante gezeigt wird, ist durch diese eingeengte Formgebung kein gleichermaßen gutes Strömungsverhalten über die gesamte Schauffelhöhe zu erwarten. Die sich daraus ergebenden Verluste können jedoch klein gehalten werden, wenn die Gestaltung der Leitlinie den Strömungsverhältnissen im Deckscheibenbereich Rechnung trägt. Fehlanströmungen oder ungünstige Strömungsführung im Nabenbereich des Laufrades führen wegen der geringeren aerodynamischen Belastung zu geringeren Verlusten als dieses im höher belasteten Deckscheibenbereich der Fall ist. Zur einfacheren mathematischen Handhabung wird die Leitlinie auf einem Zylindermantel mit dem Durchmesser D_2 beschrieben Bild (2.19)

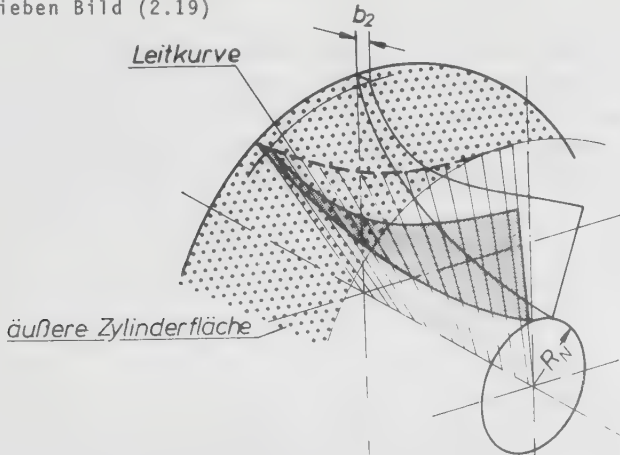


Bild 2.19: Schauffelfläche mit achsnormaler Gerade als Erzeugende.

Wird diese Zylinderfläche abgewickelt, so läßt sich die Leitkurve als ebene Funktionskurve beschreiben.

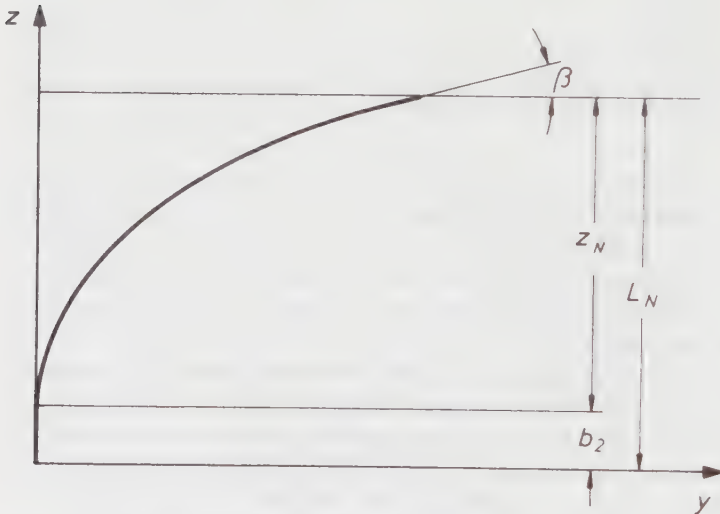


Bild 2.20: Ebene Darstellung der Leitkurve

Zur analytischen Beschreibung dieser abgebildeten Leitkurve werden in der Literatur verschiedene Funktionen angegeben, z.B. Kreis, Ellipse, Parabeln 2. und 3. Grades. Ein grundsätzlicher Vorteil einer Funktion gegenüber anderen möglichen Funktionen läßt sich jedoch nicht nachweisen.

Bei der rechnergestützten Konstruktion derartiger Laufäder empfiehlt es sich, von einem allgemein parabolischem Ansatz auszugehen.

$$z^K = c \cdot y \quad (2.36)$$

Ober die vorgegebenen Hauptabmessungen β_1 , b_2 und L_N liegen die in Bild 2.20 dargestellten Kurvenparameter β und z_N fest.

Der Winkel β ist der auf den Außendurchmesser D_2 hochgerechnete Schaufeleintrittswinkel β_1 am Saugmünddurchmesser D_1

$$\beta = \arctan \left(\tan(180^\circ - \beta_1) \cdot \frac{D_2}{D_1} \right) \quad (2.37)$$

Die axiale Erstreckung der Umlenkungspartie z_N ist

$$z_N = L_N - b_2 \quad (2.38)$$

Aus diesen Randwerten läßt sich die Konstante C bestimmen.

$$C = \frac{\tan}{\frac{1}{K} \cdot z^{(1-K)}} \quad (2.39)$$

Durch Einsetzen in Gleichung 2.36 und entsprechende Umformung ergibt sich

$$\gamma = \frac{z^K}{K \cdot \tan \beta \cdot z_N^{(k-1)}} \quad (2.40)$$

Der Exponent K wird als freier Formparameter behandelt. Sein Zahlenwert wird zunächst abgeschätzt. Entspricht der damit erzielte Laufradkanal bei späterer Beurteilung des Kanalquerschnittsverlaufes und der Geschwindigkeitsverteilung nicht den Erwartungen, so ist die Korrektur des Exponenten K eine Möglichkeit die Kanalgeometrie den Erfordernissen anzupassen. Im allgemeinen wird der Zahlenwert zwischen 2 und 3 liegen.

2.4 Verfahren zur Bewertung der Laufradgeometrie

Die Konstruktion des Radiallaufrades orientiert sich, wie in der Einleitung zu Abschnitt 2. erläutert, an den Gestaltungskriterien gekrümmter, divergenter Strömungskanäle. Von diesen Kriterien konnten in dem bisher beschriebenen Konstruktionsprozeß nur die Forderungen nach stetiger Umlenkung und strömungsglatten Kanalwandungen direkt berücksichtigt werden.

Das für eine verzögerte Kanalströmung sehr wichtige Kriterium eines möglichst monotonen und stetigen Kanalquerschnittsverlaufes ist nur in sehr grober Näherung bei der Festlegung der Meridiankontur erfaßt worden. Da in diesem Zusammenhang die Schaufelgeometrie nicht mit berücksichtigt wurde, bietet der bisherige Konstruktionsablauf keine Gewähr für einen strömungsgünstigen Kanalverlauf.

Es ist daher erforderlich, den Querschnittsverlauf der bisher festgelegten Kanalgeometrie zu ermitteln und zu bewerten. Entspricht der Verlauf nicht den Erfordernissen einer verlustarmen, ablösungsfreien Kanalströmung, so muß die Kanalgeometrie zielgerichtet korrigiert werden.

Obwohl dieses Verfahren in der Fachliteratur [4,5,11] für die Konstruktion von Radialrädern mit prismatischer Beschaukelung empfohlen wird, sind zur Überprüfung des Kanalquerschnittsverlaufes bei Laufrädern mit räumlich verwundenen Schaufeln vermutlich wegen der schwierigen Erfassung der ebenfalls räumlich verwundenen Kanalquerschnittsflächen keine Angaben zu finden. Es mag auch daran liegen, daß in den letzten Jahren verbesserte Strömungsrechnungsverfahren entwickelt wurden, die das Strömungsverhalten in räumlich verwundenen Laufradkanälen zu beschreiben versuchen und eine im allgemeinen bessere Beurteilungsbasis darstellen, als es der Kanalquerschnittsverlauf sein kann.

Da die Berechnungsverfahren auf der Grundlage dreidimensionaler oder auch quasi-dreidimensionaler Differenzenverfahren [24,28] jedoch im allgemeinen sehr aufwendig sind und große Speicherkapazitäten und relativ lange Rechenzeiten erfordern, ist es aus wirtschaftlichen Erwägungen sinnvoll, derartige Verfahren nur zur Beurteilung einer weitgehend voroptimierten Laufradgeometrie einzusetzen.

Die Informationslücke, die zwischen der nach relativ allgemein gehaltenen Richtlinien erzeugten Laufradgeometrie einerseits und einer anspruchsvollen, ins Detail gehenden Strömungsrechnung andererseits besteht, kann durch die Berechnung des Querschnittsverlaufes wesentlich verringert werden.

Es erscheint weiterhin sinnvoll zu sein, parallel zur Ermittlung des Kanalquerschnittsverlaufes ein vereinfachtes Verfahren zur näherungsweisen Bestimmung des Geschwindigkeitsverlaufes entlang der Schaufeldruck- und -saugseite einzusetzen. Dadurch wird es möglich, bereits im Stadium der Voroptimierung einige strömungsmechanische Kriterien bezüglich der mittleren und wandnahen Relativgeschwindigkeiten näherungsweise zu prüfen und zu berücksichtigen. Ein im Rahmen dieser Arbeit erstelltes Rechenprogramm zur Ermittlung des Kanalquerschnittsverlaufes und zur näherungsweisen Bestimmung der zweidimensionalen Geschwindigkeitsverteilung benötigt eine Rechenzeit von ca. 20 Sekunden. Dieser Rechenaufwand ist auch innerhalb eines iterativen, rechnergestützten Konstruktionsprozesses vertretbar.

2.4.1 Ermittlung des Kanalquerschnittsverlaufes

2.4.1.1 Differentialgeometrische Behandlung

Unter dem Kanalquerschnittsverlauf wird die Zuordnung der wandungsnormalen Querschnittsflächen zur Längenkoordinate der im allgemeinen räumlich gekrümmten Kanalmittellinie verstanden (Bild 2.21).

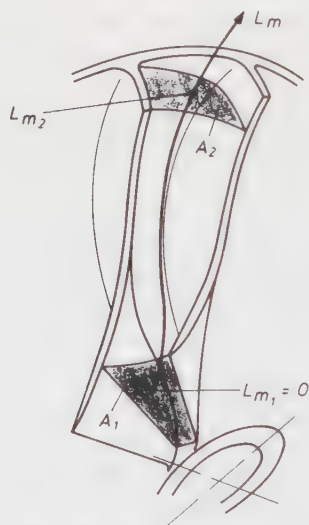


Bild 2.21: Größen des Querschnittsverlaufes

Die Querschnittsflächen sind allgemein gekrümmte Flächen im Raum. Zur Beschreibung ihrer Metrik wird die Darstellung in krummlinigen Gauß'schen Koordinaten benutzt. In Ergänzung zu der in Abschnitt 2.1. erläuterten allgemeinen Flächenbeschreibung sei an dieser Stelle noch auf einige Grundlagen der differentialgeometrischen Flächenmessung eingegangen.

Bekanntermaßen gilt für die Bogenlänge einer allgemeinen Raumkurve im kartesischen Koordinatensystem der Zusammenhang:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 \quad (2.41)$$

Durch Einsetzen der Parameterfunktionen ergibt sich

$$ds^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial u} \cdot du + \frac{\partial x}{\partial v} \cdot dv \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial u} \cdot du + \frac{\partial y}{\partial v} \cdot dv \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial u} \cdot du + \frac{\partial z}{\partial v} \cdot dv \right)^2 \quad (2.42)$$

Werden die Klammern in Gleichung 2.42 aufgelöst und zur Vereinfachung der Schreibweise folgende Definitionen eingeführt:

$$\begin{aligned} E &= \left(\frac{\partial x}{\partial u} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial u} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial u} \right)^2 \\ F &= \frac{\partial x}{\partial u} \cdot \frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial y}{\partial u} \cdot \frac{\partial y}{\partial v} + \frac{\partial z}{\partial u} \cdot \frac{\partial z}{\partial v} \\ G &= \left(\frac{\partial x}{\partial v} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial v} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial v} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.43)$$

so kann Gleichung 2.42 in folgender Form geschrieben werden:

$$ds^2 = E \cdot du^2 + 2 \cdot F \cdot du \cdot dv + G \cdot dv^2 \quad (2.44)$$

Diese Gleichung wird als "erste Gauß'sche Fundamentalform der Flächentheorie" bezeichnet.

Die Koeffizienten der Gleichung 2.44 können unter Benutzung der Vektorschreibweise wie folgt definiert werden:

$$E = \vec{R}_u^2 \quad F = \vec{R}_u \cdot \vec{R}_v \quad G = \vec{R}_v^2 \quad (2.45)$$

Darin sind

$$\begin{aligned} \vec{R}_u &= \left(\frac{\partial x}{\partial u}, \frac{\partial y}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial u} \right) \\ \vec{R}_v &= \left(\frac{\partial x}{\partial v}, \frac{\partial y}{\partial v}, \frac{\partial z}{\partial v} \right) \end{aligned}$$

die Tangenteneinheitsvektoren der Parameterkurven u und v in einem bestimmten Flächenpunkt.
Es sei nun der Flächeninhalt des in Bild 2.22 dargestellten Flächenelementes betrachtet. Berandet wird dieses Element durch die Parameterlinien u und v mit dem Maschenabstand du und dv

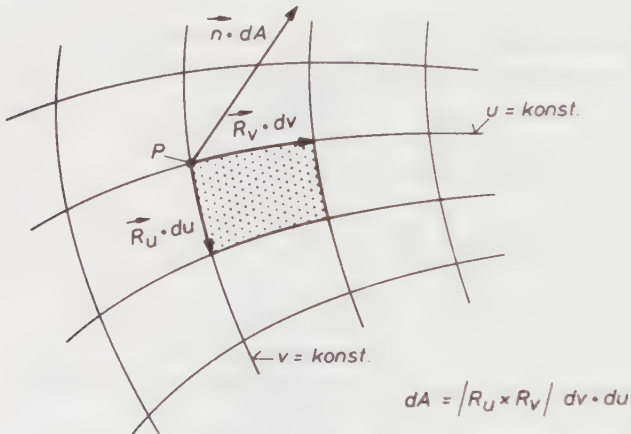


Bild 2.22: Differentialgeometrische Flächendarstellung

Die Berandungsvektoren $\vec{R}_U \cdot du$ und $\vec{R}_V \cdot dv$ repräsentieren die Bogenlängen in u -bzw. v -Richtung.
Der Flächeninhalt dA ergibt sich als Vektorprodukt der Berandungsvektoren:

$$\begin{aligned} dA &= |(\vec{R}_U \cdot du) \times (\vec{R}_V \cdot dv)| \\ &= |\vec{R}_U \times \vec{R}_V| du \cdot dv \end{aligned} \quad (2.46)$$

Wird die Identität

$$|\vec{R}_U \times \vec{R}_V|^2 = \vec{R}_U^2 \cdot \vec{R}_V^2 - |\vec{R}_U \cdot \vec{R}_V|^2 \quad (2.47)$$

benutzt und die Definition nach Gleichung 2.45 eingeführt, so ergibt sich

$$dA^2 = (E \cdot G - F^2) du^2 \cdot dv^2 \quad (2.48)$$

Für die Fläche im Bereich der Parametergrenzen

$$u_1 \leq u \leq u_n \quad v_1 \leq v \leq v_m$$

erhält man den Flächeninhalt A_i durch Integration

$$A_i = \int_{v_1}^{v_m} \int_{u_1}^{u_n} \sqrt{E \cdot G - F^2} du \cdot dv \quad (2.49)$$

Sofern im betrachteten Flächenbereich geschlossen definierte Parameterfunktionen vorliegen, ist die Flächenberechnung häufig durch eine geschlossene Integration möglich. Dies sei an einem einfachen Beispiel gezeigt. Die Oberfläche einer Halbkugel wird gemäß Abschnitt 2.1 durch die Parameterfunktionen

$$x = R \cdot \sin u \cdot \cos v \quad y = R \cdot \sin u \cdot \sin v \quad z = R \cdot \cos u$$

beschrieben. Die Funktionsgrenzen sind in diesem Fall

$$0 \leq u \leq \frac{\pi}{2} \quad 0 \leq v \leq 2\pi$$

Die Koeffizienten der 1. quadratischen Fundamentalform errechnen sich zu

$$E = R^2 \quad F = 0 \quad G = R^2 \cdot \sin^2 u$$

Damit kann für den Flächeninhalt geschrieben werden

$$A = \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} R^4 \cdot \sin^2 u \cdot du \cdot dv = R^2 \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin u \cdot du \cdot dv$$

$$= R^2 \cdot \int_0^{2\pi} \left| -\cos u \right| \frac{\pi}{2} \cdot dv = R^2 \cdot \int_0^{2\pi} dv$$

$$A = 2 \cdot \pi \cdot R^2$$

Es sei erwähnt, daß der Koeffizient F immer dann zu Null wird, wenn die Parameterlinien senkrecht aufeinander stehen, bzw. ein orthogonales Netzwerk vorliegt. Ist die betrachtete Fläche, wie z.B. die Kanalquerschnittsfläche nicht geschlossen, sondern nur bereichsweise analytisch definiert, so werden die einzelnen Flächenabschnitte gemäß Gleichung 2.49 berechnet. Die Bestimmung der Gesamtfläche erfolgt durch Summenbildung.

Zur näherungsweisen Beschreibung der Kanalquerschnittsfläche können wie bei der Beschreibung der Schaufelskelettflächen bi-kubische Polynome verwandt werden. Dazu ist es notwendig, die Berandungskurven der Gesamt- bzw. der Teilflächen entsprechend der Definitionen in Abschnitt 2.3.3 zu beschreiben und die Übergangsbedingungen an den Flächenrändern festzulegen. Während für den Übergang zwischen den Teilflächen die bereits erläuterten Stetigkeitsbedingungen für glatte Flächen gelten, wird der Übergang zu den Kanalwandungsflächen durch die Bedingungen bestimmt, die sich aus der Definition der Querschnittsfläche ergeben.

Längs der Berandungskurven steht die Querschnittsfläche senkrecht zu den Kanalwandungsflächen. Wird ein Berandungseckpunkt festgelegt, so ist die Geometrie der Randkurven durch die Steigungsbedingungen der Eckpunkte und die Stetigkeitsbedingungen der Kurven bestimmt. Die Ermittlung der Koeffizientenmatrix in Gleichung 3.23 erweist sich jedoch als recht aufwendig, da die Stetigkeit der Randkurven unter Benutzung der Eckpunktinformationen nur durch probieren erreicht werden kann. Es ist daher praktischer, auf eine differenzengeometrische Behandlung der Querschnittsberechnung überzugehen.

2.4.1.2 Differenzengeometrische Behandlung

Für das Konstruktionsverfahren bzw. für die Beurteilung des Kanalquerschnittsverlaufes wurde ein differenzengeometrisches Verfahren zur Flächenberechnung entwickelt. Damit lassen sich Querschnitte mit beliebiger mathematischer Beschreibung berechnen.

Zur differenzengeometrischen Behandlung der Querschnittsberechnung wird eine Querschnittsfläche so in Teilflächen zerlegt, daß die Teilflächenberandungen mit hinreichender Genauigkeit als Geraden definiert werden können. Dadurch werden die Teilflächen zu ebenen Vierecken, deren Flächeninhalt sich einfach bestimmen läßt. Die gesamte Querschnittsfläche ergibt sich als Summe der Teilflächen.

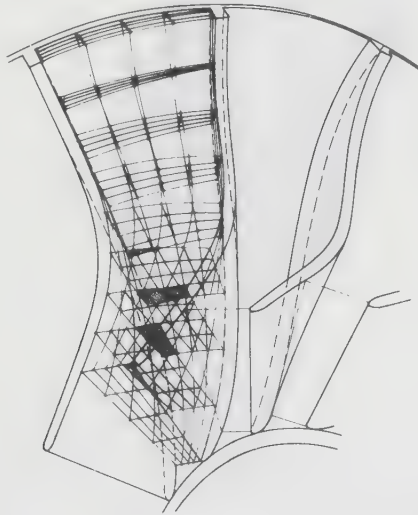


Bild 2.23: Darstellung des Teilflächennetzes

Das eigentliche Problem dieses Rechenverfahrens liegt in der Generierung des Flächennetzes, wobei die krummlinigen Gauß'schen Flächenkoordinaten durch Polygonzüge angenähert werden müssen. Der erste geometrische Ort eines Flächen-

netzpunktes soll durch die sog. Hauptrichtungsordinate bestimmt sein. Die Hauptrichtungsordinaten werden durch folgende Überlegung definiert:

Bereits bei der Entwicklung der Laufradgeometrie wurde der meridionale Ringkanal zwischen der Rad- und Deckscheibe des Laufrades gedanklich in eine hinreichende Zahl von Teilkanälen gleichen Querschnittes zerlegt. Die dabei entstandenen rotationssymmetrischen Teilkanalbegrenzungen sollen nachfolgend als Stromflächen 1. Art bezeichnet werden.

In ähnlicher Weise wird nun der Laufradkanal zwischen den begrenzenden Schaufelflächen aufgeteilt.



Bild 2.24: Vereinfachte Darstellung der Kanalaufteilung

Innerhalb der Schaufelteilung, dargestellt durch den Teilungswinkel ϑ_t , wird die erzeugte Schaufelfläche nacheinander um den Winkel $\Delta\vartheta$

$$\Delta \vartheta = \frac{\vartheta_t}{n} \quad (2.50)$$

gedreht.

Die ursprüngliche Schaufelfläche und die durch Drehung entstandenen Flächen werden als Stromflächen 2. Art bezeichnet. Die Schnittspuren, die beim Schnitt zwischen den Stromflächen 1. Art und denen der 2. Art entstehen, werden Haupttrichtungskoordinaten genannt.

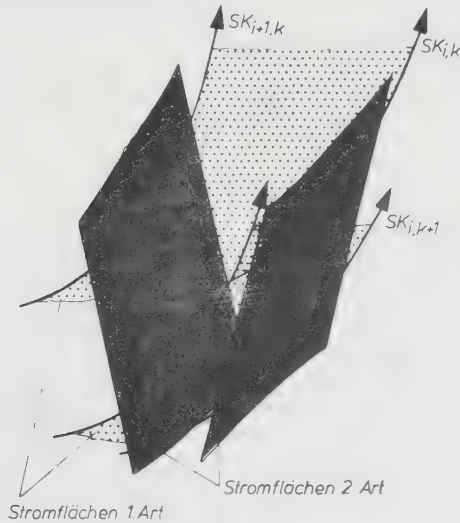


Bild 2.25: Definition der Haupttrichtungskoordinaten

Im Sinne der strengen Definition ist die Querschnittsfläche dadurch gekennzeichnet, daß sie alle Haupttrichtungskoordinaten senkrecht schneidet, d.h. in jedem Durchdringungspunkt ist die Flächennormale mit der Kurventangente der jeweiligen Haupttrichtungsordinate identisch.

Darin sind

x_1^* , y_1^* und z_1^* Koordinaten des Punktes $P_{m,i+1,k}$

x_0 , y_0 und z_0 Koordinaten des Punktes $P_{m,i,k}$

x_1' , y_1' und z_1' Komponenten des Tangenteneinheitsvektors $\vec{T}_1$ der Hauptrichtungsordinate SK_1 im Punkt $P_{m,i+1,k}$

Der Tangenteneinheitsvektor $\vec{T}_1$, der gleich dem Normaleneinheitsvektor $\vec{N}_1$ der Ebene E_1 ist, ergibt sich bei analytisch beschriebener Hauptrichtungsordinate SK_1 gemäß

$$\vec{T}_1 = \frac{dx}{dm}, \frac{dy}{dm}, \frac{dz}{dm} \quad (2.52)$$

mit m als Längenkoordinate der Raumkurve.

Die iterativ ermittelte Normalebene E_1 schneidet definitionsgemäß zwar SK_1 senkrecht, nicht aber SK_0 .

Es wird daher die Normalebene E_0 zu SK_0 im Punkt $P_{m,i,k}$ mit der Hauptrichtungsordinate SK_1 zum Schnitt gebracht und der Schnittpunkt P_1^{**} ermittelt. Als endgültiger Netzkpunkt $P_{m,i+1,k}$ wird der Punkt auf SK_1 bestimmt, dessen Koordinaten dem arithmetischen Mittelwert der Koordinaten der Punkt $P_{m,i+1,k}^*$ und $P_{m,i+1,k}^{**}$ entsprechen. Die Netzlinie zwischen den Punkten $P_{m,i,k}$ und $P_{m,i+1,k}$ ist damit weder zu SK_1 noch zu SK_0 normal gerichtet. Sie stellt jedoch den für eine gerade Netzlinie möglichen Kompromiß dar. Wird dieses Verfahren sukzessive auf alle Hauptrichtungsordinaten angewendet, so entsteht ein quasi-orthogonales Flächennetzwerk des betrachteten Querschnitts. Durch Anwendung des Verfahrens auf eine hinreichende Zahl äquidistant gestaffelter Querschnitte entlang der mittleren Hauptrichtungsordinate entsteht ein konturangepaßtes quasi-

orthogonales, räumliches Netzwerk.

Die Abweichung von der exakten Orthogonalität ist im wesentlichen von der Dichte des Maschennetzes abhängig. Die Näherung wird mit steigender Maschenzahl kontinuierlich besser. Begrenzt wird die Maschenzahl und damit die Näherungsgüte im allgemeinen durch die verfügbare Speicherkapazität der Rechenanlage und die wirtschaftlich vertretbare Rechenzeit.

Wie beschrieben, wird die Querschnittsfläche durch ebene Flächenelemente nachgebildet. Die Querschnittsgröße ergibt sich daher als Summe der Teilflächeninhalte.

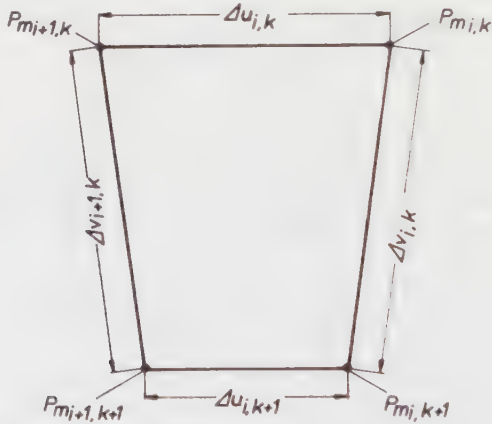


Bild 2.27: Ebenes Flächenelement

Als Näherungsformel für den Inhalt des trapezförmigen Flächenelementes A_{ik} wird entsprechend Bild 2.27 angesetzt:

$$A_{ik} = \frac{\Delta u_{i,k} + \Delta u_{i,k+1}}{4} \cdot \sqrt{(\Delta v_{i,k} + \Delta v_{i+1,k})^2 - (\Delta u_{i,k} - \Delta u_{i,k+1})^2} \quad (2.53)$$

Der Inhalt der Kanalquerschnittsfläche an der Stelle m der mittleren Hauptrichtungsordinate ist dann

$$A_m = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=1}^{p-1} A_{i,k} \quad (2.54)$$

mit

$$1 \leq i \leq n$$

$$1 \leq k \leq p$$

2.4.1.3 Berücksichtigung der endlichen Schaufelstärke

In der bisher beschriebenen Laufradkonstruktion und Berechnung der Kanalquerschnitte wurde die Schaufelstärke nicht berücksichtigt, d.h. es wurden unendlich dünne Schaufeln angenommen.

Die Berechnung des Querschnittsverlaufes und die sich anschließenden Strömungsrechnung liefern jedoch nur dann aussagefähige Ergebnisse, wenn die reale Laufradgeometrie zugrunde gelegt wird.

Soll das Laufrad mittels NC-Fräsen gefertigt werden, so ist es ebenfalls notwendig, die wirkliche Kanal- bzw. Schaufelgeometrie numerisch zu beschreiben. Es gilt daher der bisher erzeugten Schaufelskelettfläche die beabsichtigte Schaufelstärkenverteilung zu überlagern.

Im einfachsten Fall ist die Schaufelstärke s über den gesamten Bereich der Schaufel konstant.

In der Regel sind die Schaufeln jedoch im Eintrittsbereich des Laufrades angeschärft bzw. abgerundet.

Bei hochbelasteten, schnellläufigen Radialrädern ergibt sich die in 5.1.5 beschriebene Notwendigkeit, die Schaufeln in Richtung zur Radscheibe konisch zu verstärken, d.h. die Schaufel ist über einen größeren Bereich profiliert.

Die Überlagerung der kanalbegrenzenden Schaufelskelettflächen mit der Schaufelstärkenverteilung wird ebenfalls mit differenzengeometrischen Methoden durchgeführt. Hierzu wird einschränkend angenommen, daß die Schaufelstärke in Relation zu den übrigen Laufradabmessungen, insbesondere zu den Schaufelkrümmungen, klein ist.

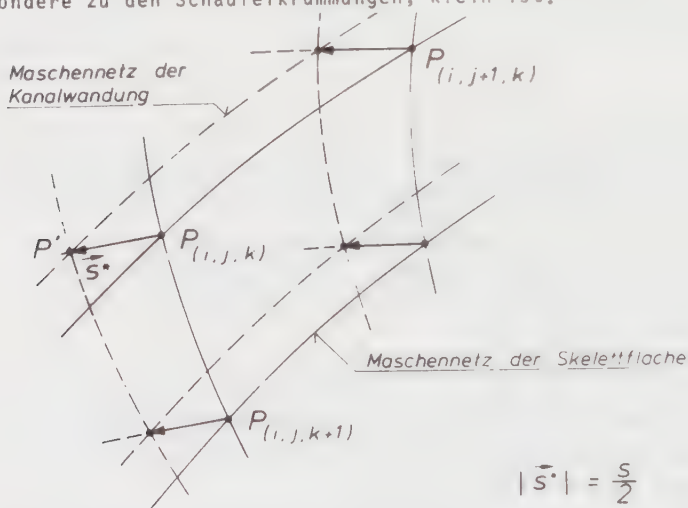


Bild 2.28: Schaufelstärkenkorrektur

In jedem Netzpunkt der Schaufelskelettflächen wird ein Schaufelstärkenvektor in Richtung zum Kanalinneren ange-
tragen. Entsprechend der differenzengeometrischen Be-
handlung ist die Richtung und Lage dieser Vektoren mit den
zugehörigen quasinormalen Netzlinien der Querschnitts-
flächen identisch. Der jeweilige Vektorbetrag ist gleich
der halben örtlichen Schaufelstärke.

Die Koordinaten des Kanalwandpunktes P' findet man nach
den Beziehungen:

$$x'(i,j,k) = x(i,j,k) + s^* \cdot \cos \alpha \quad (2.55)$$

$$y'(i,j,k) = y(i,j,k) + s^* \cdot \cos \beta \quad (2.56)$$

$$z'(i,j,k) = z(i,j,k) + s^* \cdot \cos \gamma \quad (2.57)$$

Darin ist s die Schaufelprofilierung im Punkt $P_{(i,j,k)}$ bezogen auf die Schaufelskelettfläche.

Weiterhin ist:

$$\cos \alpha = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \quad (2.58)$$

$$\cos \beta = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \quad (2.59)$$

$$\cos \gamma = \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \quad (2.60)$$

Die Bestimmung der Größen A , B und C findet man aus der Flächenbeschreibung durch 3 benachbarte Netzpunkte auf der Schaufelskelettfläche an Kanaldruck- und -saugseite.

$$\begin{aligned} A = & (y_{(i,j+1,k)} - y_{(i,j,k)}) \cdot (z_{(i,j,k,t)} - z_{(i,j,k)}) \\ & - (y_{(i,j,k+1)} - y_{(i,j,k)}) \cdot (z_{(i,j,+1,k)} - z_{(i,j,k)}) \end{aligned} \quad (2.61)$$

$$\begin{aligned} B = & (x_{(i,j,k+1)} - x_{(i,j,k)}) \cdot (z_{(i,j+1,k)} - z_{(i,j,k)}) \\ & - (x_{(i,j+1,k)} - x_{(i,j,k)}) \cdot (z_{(i,j,k+1)} - z_{(i,j,k)}) \end{aligned} \quad (2.62)$$

$$\begin{aligned} C = & (x_{(i,j+1,k)} - x_{(i,j,k)}) \cdot (y_{(i,j,k+1)} - y_{(i,j,k)}) \\ & - (x_{(i,j,k+1)} - x_{(i,j,k)}) \cdot (y_{(i,j+1,k)} - y_{(i,j,k)}) \end{aligned} \quad (2.63)$$

Die Gesamtheit der Ortsvektoren aller so definierten Vektorspitzen beschreibt die realen Kanal- bzw. Schaufelflächen. Die normal zu den Schaufelflächen gerichtete wandnahe Maschenweite auf den Stromflächen 1. Art kann insbesondere bei enger Schaufelteilung und größer gewählter Maschenzahl kleiner sein als die halbe Schaufelstärke.

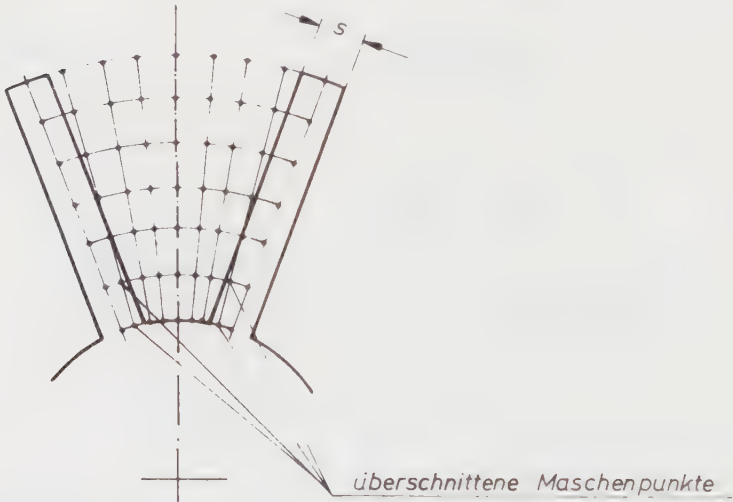


Bild 2.29: Überschneidung der Randmaschen

In diesem Fall kommt es örtlich zu einer Reduzierung der Maschenzahl quer zur Hauptrichtung.

Dieser Sachverhalt muß insbesondere bei der Berechnung der Kanalquerschnitte nach dem in Abschnitt 2.4.1.2 angegebenen Verfahren berücksichtigt werden, d.h. der Grenzwert n des Zählparameters i muß in jedem Querschnitt für alle Stromschichten k überprüft und festgesetzt werden.

Zur Berechnung der realen Kanalquerschnitte ist es auch möglich, zunächst die Querschnittsflächen bei unendlich dünnen Schaufeln zu bestimmen und davon jeweils den Flächenanteil der halben Schaufelstärke an der Saug- und

Druckseite zu subtrahieren.

Um die Näherungsgüte des Verfahrens zu testen, wurde es auf solche Geometrien angewendet, die eine exakte Berechnung der Kanalquerschnitte erlauben, z.B. parallelwandiger Laufradkanal mit zylindrischen, radialgerichteten Schaufeln konstanter Wandstärke.

Die maximale Abweichung zwischen Näherungsverfahren und exakter Berechnung liegt am Laufradaustritt vor, da hier die größte Maschenweite des quasi-orthogonalen Netzwerkes gegeben ist. Die relative Flächenabweichung steht im Zusammenhang mit der Anzahl der Maschen über einen Kanalquerschnitt. Mit Erhöhung der Maschenzahl nimmt die relative Abweichung etwa in quadratischer Relation ab. So wurde bei der vorstehend beschriebenen Testgeometrie und bei Vorgabe von 48 Maschen pro Querschnitt eine maximale relative Abweichung von 0,08% festgestellt, während bei Vorgabe von 96 Maschen die Abweichung nur unwesentlich über 0,02% lag.

Hinsichtlich eines Vergleiches mit verwundenen Laufradkanälen wurden die Kanäle des in Abschnitt 4 beschriebenen Testrades 1 mit Silikonkautschuk ausgegossen. Bild 2.30 zeigt einen solchen Abguß mit den aufgezeichneten, abgeschätzten Berandungen der Kanalquerschnitte. Ausgehend von diesen Berandungen wurde der Abguß in einzelne Kanalelemente aufgeschnitten und von den jeweiligen Querschnitten Stempelabdrücke angefertigt.

Durch Planimetrieren wurden die Einzelquerschnitte und damit der Querschnittsverlauf ermittelt. Diese Prozedur wurde an mehreren Abgüssen von verschiedenen Personen durchgeführt. Es zeigt sich, daß die gemessenen Querschnittsverläufe untereinander erstaunlich gut übereinstimmen. Eine ebenfalls gute Übereinstimmung zeigte der Vergleich zwischen einem aus den Messungen gemittelten Querschnittsverlauf und dem differenzengeometrisch gerechneten Verlauf.

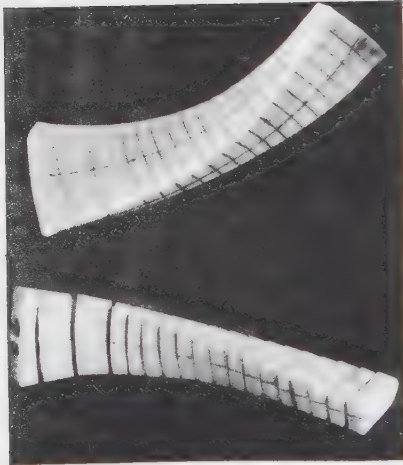


Bild 2.30: Kanalabguß und Schnittelemente

2.4.1.4 Vergleich Kanalquerschnitt- Meridianquerschnitt

Im Abschnitt 2.2 wurde zur Ausbildung der Deckscheibenkontur der Verlauf der meridionalen Durchtrittsquerschnitte (Meridianquerschnittsverlauf) als Kriterium herangezogen. Dieser Querschnittsverlauf stimmt nur dann mit dem Kanalquerschnittsverlauf überein, wenn die Schaufel durchgehend radialgerichtet sind und die Schaufelstärke unendlich dünn angenommen wird. Welche Aussagefähigkeit der Meridianquerschnittsverlauf ansonsten besitzt, sei an 3 Varianten der Meridiankontur eines Laufrades verdeutlicht. (Bild 2.31)

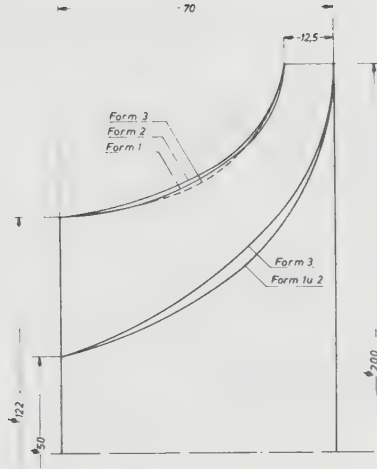


Bild 2.31: Variation der Meridiankontur

Die Gestaltungsmerkmale der Formen 1 bis 3 in Bild 2.32 sind:

- Form 1: nichtlinearer Verlauf der Meridianquerschnitte
- Form 2: linearer Verlauf der Meridianquerschnitte
- Form 3: linearer Verlauf bei veränderter Radscheibenkontur

Die in Bild 2.32 dargestellten Kanalquerschnitts- und Meridianquerschnittsverläufe lassen folgendes erkennen:

1. Wegen der relativ flachen Schaufelwinkel im Eintrittsbereich des Laufrades weicht der Kanalquerschnittsverlauf hier qualitativ und quantitativ deutlich vom Verlauf der Meridianquerschnitte ab.
2. Übereinstimmung zwischen beiden Verläufen besteht hinsichtlich der Lage und Anzahl auftretender Extremwerte. Damit ist das unerwünschte Auftreten mehrerer Extremwerte (Form 1) im Kanalquerschnittsverlauf bereits in einem frühen Konstruktionsstadium erkennbar und behebbar. Voraussetzung hierfür ist eine möglichst stetig

gekrümmte Schaufelfläche.

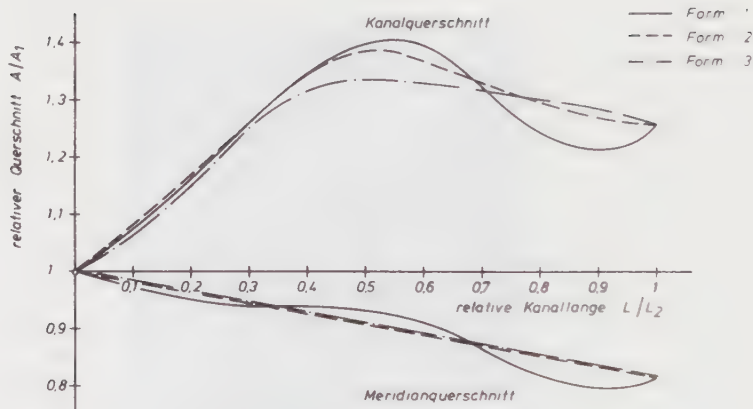


Bild 2.32: Verläufe der Kanalquerschnitte und Meridianquerschnitte.

3. Unter der letztgenannten Voraussetzung führt ein linearer Meridianquerschnittsverlauf zu einem stetigen Kanalquerschnittsverlauf mit höchstens einem Extremwert. (Form 2)
4. Die Lage und Höhe eines evtl. Maximums, sowie der Verlauf der Kanalquerschnittsgradienten läßt sich über die Gestaltung der Radscheibenkontur zielgerichtet beeinflussen. Eine Verringerung der Radscheibenkrümmung am Eintritt (Form 3) führt zu einem flacheren Kurvenverlauf und zu einer Verlagerung des Maximums in Strömungsrichtung.

2.4.2 Vereinfachtes Verfahren zur näherungsweisen Berechnung der zweidimensionalen Laufradströmung

Bei Annahme eines inkompressiblen Fluids besteht über die Kontinuitätsgleichung ein linearer Zusammenhang zwischen dem Kanalquerschnittsverlauf und der im Sinne der eindimensionalen Theorie mittleren Relativgeschwindigkeit. Von inkompressiblen Fluiden kann bei Pumpenlaufrädern und ggfl. bei Verdichterlaufrädern mit geringem Druckverhältnis ausgegangen werden. Zur strömungsmechanischen Behandlung von Verdichterlaufrädern mit höheren Druckverhältnissen kann der Kompressibilitätseinfluß nicht mehr vernachlässigt werden. Damit besteht zwischen dem Verlauf des Kanalquerschnittes und der mittleren Relativgeschwindigkeit keine Linearität mehr, d.h. selbst zu einer Beurteilung des Strömungsverhaltens im Laufrad nach der eindimensionalen Theorie reicht die alleinige Kenntnis des Querschnittsverlaufes nicht mehr aus. Die Verknüpfung zwischen den beiden angesprochenen Verläufen ist durch die Integralgesetze der Strömungsmechanik und die Zustandsgleichung der Thermodynamik unter Benutzung allgemein üblicher Vereinfachungen möglich.

Der Verlauf der mittleren Relativgeschwindigkeit ist geeignet die erzeugte Kanalgeometrie hinsichtlich der darin auftretenden globalen Verzögerungsverhältnisse zu beurteilen.

Die Beurteilung der Kanalwandgeometrie (z.B. Krümmung, Umlenkung) erfordert eine mindestens zweidimensionale Betrachtung der Kanalströmung. Zur Bestimmung der Geschwindigkeitsverteilung zwischen den Schaufeln wird die Strömung auf einer Stromfläche 1. Art untersucht. Die Ermittlung der entsprechenden Verteilung zwischen Rad- und Deckscheibe erfordert die Lösung der Bewegungsgleichung auf der Stromfläche 2. Art.



Bild 2.33: Stromflächen 1. und 2. Art

Die Bewegungsgleichungen werden in der Regel für die stationäre, adiabate Strömung eines reibungsfreien, idealen Gases unter Vernachlässigung des Schwerkräfteinflusses ausgewertet.

Im einfachsten Fall wird die Laufradströmung als drehungsfreie Absolutströmung behandelt, wobei die Verteilung der Relativgeschwindigkeit längs einer Äquipotentiallinie als linear angenommen wird. Dieser Ansatz, der im nachfolgenden Verfahren benutzt wird, kann jedoch nur als grobe Näherung betrachtet werden und eignet sich daher nur für eine erste Abschätzung der Relativgeschwindigkeitsverteilung längs der Kanalwände. Zur ersten Beurteilung der Geschwindigkeitsverteilung im Laufradkanal wurde ein Näherungsverfahren erstellt, das auf einem von STANITZ und PRIAN [29] eingeführtem Verfahren beruht. Gegenüber dem ursprünglichen Verfahren wurden folgende Modifikationen eingeführt:

1. Die Berechnung der mittleren Relativgeschwindigkeit $\bar{w}$ längs eines mittleren Kanalstromfadens geschieht unter Benutzung des bereits bekannten Kanalquerschnittsverlaufes.
2. Die schaufelnahen Relativgeschwindigkeiten w_D und w_S werden in den Schnittpunkten zwischen den Kanalwandungen und der Kanalnormalen (1,2,3,4 in Bild 2.34) berechnet.
3. Es erfolgt eine Korrektur der Geschwindigkeitsverteilung durch eine Abschätzung des Grenzschichteinflusses.

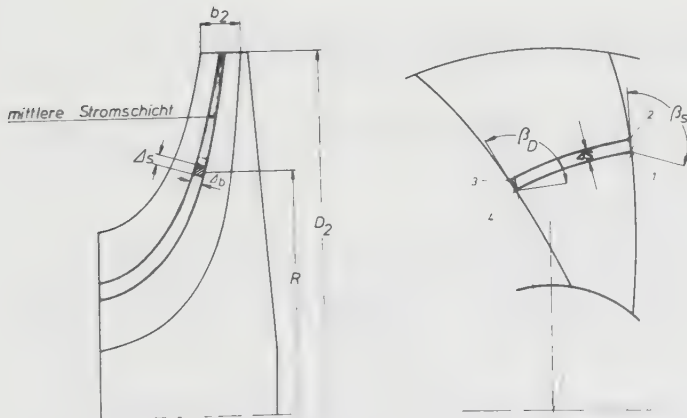


Bild 2.34: Stromfläche 1. Art und zugehörige Stromschicht

2.4.2.1 Berechnung der mittleren Relativgeschwindigkeit

Zur Berechnung der mittleren Relativgeschwindigkeit $\bar{w}$ entlang des mittleren Stromfadens werden neben dem bekannten Kanalquerschnittsverlauf folgende Grundgleichungen benutzt:

1. Kontinuitätsgleichung

$$\bar{\rho}_j \cdot \bar{w}_j \cdot A_j = \bar{\rho}_1 \cdot \bar{w} \cdot A_1 = \text{konst.} \quad (2.64)$$

2. Energiesatz im Laufradkanal bei drallfreier Zuströmung

$$h_{\text{trcl}} = \bar{h}_j + \frac{1}{2} \cdot (\bar{w}_j^2 - \bar{u}_j^2) = \bar{h}_1 + \frac{1}{2} (\bar{w}_1^2 - \bar{u}_1^2) = \text{konst.} \quad (2.65)$$

3. Isentrope Zustandgleichung idealer Gase

$$\left[\frac{p_j}{\rho_j} \right]^\kappa = \left[\frac{p_1}{\rho_1} \right]^\kappa = \text{konst.} \quad (2.66)$$

4. Machumfangszahl Ma_{u_0}

$$Ma_{u_0} = \frac{u_2}{a_{s_0}} = \frac{u_2}{\sqrt{\kappa \cdot R \cdot T_0}} \quad (2.67)$$

Die überstrichenen Größen sind über die Kontinuitätsgleichung gemittelte Werte im betrachteten Querschnitt. Der einfacheren Behandlung wegen wird die für Geschwindigkeiten zutreffendere Mittelung über den Impulssatz bzw. die für Enthalpien zutreffendere Mittelung über den Energiesatz vernachlässigt. Der Index 1 bezeichnet den Eintrittsquerschnitt des Laufradkanals, Index j den jeweils betrachteten Querschnitt. Index 0 kennzeichnet den Ruhezustand.

stand. Zur Vereinfachung der Schreibweise werden bezogene Größen eingeführt, die durch Großbuchstaben gekennzeichnet werden.

$$\bar{W}_j = \frac{W_j}{u_2} \quad ; \quad \bar{\sigma}_j = \frac{\rho_j}{\rho_1} \quad ; \quad A_{B_j} = \frac{A_j}{A_1}$$

$$R_j = \frac{r_j}{r_2} \quad ; \quad B_0 = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{c_1}{a_{s_0}} \right]^2$$

Unter Benutzung der Grundgleichungen und Definitionen können zwei Bestimmungsgleichungen für $\bar{W}_j$ und $\bar{\sigma}_j$ hergeleitet werden.

$$\bar{W}_j = \frac{\bar{W}_1}{\bar{\sigma}_j \cdot A_{B_j}} \quad (2.68)$$

$$\sigma_j = \left\{ 1 - (\kappa - 1) \cdot \left[\frac{Ma^2 u_0}{2} \cdot (\bar{W}_j^2 - R_j) + B_0 \right] \right\} \frac{1}{\kappa - 1} \quad (2.69)$$

Die Lösung der beiden Gleichungen erfolgt iterativ durch Intervallschachtelung.

2.4.2.2 Berechnung der wandnahen Relativgeschwindigkeiten

Der Berechnung der Geschwindigkeitsverteilung auf der Stromfläche 1. Art liegen folgende vereinfachende Ansätze zugrunde:

1. Längs einer strömungsnormalen Netzlinie wird eine lineare Verteilung der Relativgeschwindigkeit angenommen.

$$\bar{W}_j = \frac{W_{Sj} + W_{Dj}}{2} \quad (2.70)$$

2. Bezüglich der Absolutgeschwindigkeit c wird die Lauf-
radströmung als Potentialströmung behandelt. Danach
muß die Zirkulation längs eines geschlossenen Kurven-
zuges (1 2 3 4 in Bild 2.34) gleich null sein.

$$\Gamma = \oint c \cdot ds = 0 \quad (2.71)$$

Mit den in Bild 2.34 dargestellten Größen ergibt sich
daraus folgender Zusammenhang:

$$\begin{aligned} \Gamma = & (w_{Dj} + u_{Dj} \cdot \cos \beta_{Dj}) \Delta m_D - (w_{Sj} + u_{Sj} \cdot \cos \beta_{Sj}) \cdot \Delta m_S \\ & + \int_D^S \bar{u}_{j+1} \cdot \sin \bar{\beta}_{j+1} \cdot dn - \int_S^D \bar{u}_j \cdot \sin \bar{\beta}_j \cdot dn = 0 \end{aligned} \quad (2.72)$$

3. Unterhalb eines "kritischen" Radienverhältnisses R_x ist
nach STANITZ und PRIAN mit einer schaufelkongruenten
Strömung im Laufrad zu rechnen. Oberhalb von R_x wei-
chen die Strömungswinkel von den Schaufelwinkeln auf
gleichem Durchmesser ab. Der Effekt ist als sog. Minder-
leistung bekannt. Der "kritische" Radius R_x ist nach
einer Näherung von STANITZ:

$$\ln R_x = - 1,42 \cdot \frac{\pi}{Z} \cdot \sin (180^\circ - \beta_2) \quad (2.73)$$

bestimmbar.

Der mittlere Strömungswinkel $\bar{\beta}_1$ bzw. $\bar{\beta}_{j+1}$ in Gleichung
2.72 ist für $R < R_x$

$$\bar{\beta}_j = \frac{\beta_{Dj} + \beta_{Sj}}{2} \quad (2.74)$$

Für $R > R_x$ ist der mittlere Strömungswinkel

$$\cos \bar{\beta}_j = A + B \cdot R + C \cdot R^2 \quad (2.75)$$

Die Polynomkoeffizienten A, B und C ergeben sich aus Steigkeitsbedingungen für die mittlere Stromlinie, die am Austritt den Winkel β_2 haben soll.

Über den Minderleistungsfaktor μ kann der mittlere Strömungswinkel β_2 bestimmt werden.

$$\cos \beta_2 = \frac{\sigma_2}{\varphi_2} \cdot [1 - \mu \cdot (1 - \frac{\varphi_2}{\sigma_2} \cdot \cotan(180^\circ - \beta_2))] \quad (2.76)$$

Der Minderleistungsfaktor μ ist nach BUSEMANN [47]:

$$\mu = \frac{B - \varphi_2 \cdot \cotan(180^\circ - \beta_2)}{1 - \varphi_2 \cdot \cotan(180^\circ - \beta_2)} \quad (2.77)$$

Darin ist $B = B(D_1/D_2, z)$ in den Grenzen von 0,75 ./ 0,95

Mit β_2 und dem Winkel β_x am Radius R_x können die Koeffizienten wie folgt bestimmt werden:

$$C = \frac{1}{(1 - R_x)^2} \cdot [\cos \beta_2 - \cos \beta_x - (1 - R_x) \cdot (\frac{d}{dR} \cos \beta)_x] \quad (2.78)$$

$$B = (\frac{d}{dR} \cos \beta)_x - 2 \cdot R_x \cdot C \quad (2.79)$$

$$A = \cos \beta_2 - B - C \quad (2.80)$$

Damit kann der mittlere Strömungswinkel β_j auch für einen bezogenen Radius $R > R_x$ berechnet werden.

Entsprechend der Diskretisierung und Linearisierung des konturangepaßten, quasi-orthogonalen Maschennetzes kann die Integration in Gleichung 4.18 in eine Summation überführt werden.

2.4.2.3 Abschätzung des Grenzschichteinflusses

Wird ein Kanal von einem viskosen Fluid durchströmt, so wird die Kernströmung durch die sich ausbildenden Wandgrenzschichten zur Kanalmitte abgedrängt. Dieser Effekt kommt einer Verminderung der freien Strömungsquerschnitte im Kanal gleich. Das kennzeichnende Maß für diese fiktive Querschnittsminderung ist nach [32] die Verdrängungsdicke:

$$\delta^* = \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{c_x}{\bar{c}}\right) \cdot dy \quad (2.81)$$

Darin ist $\bar{c}$ die Geschwindigkeit der wandungsfernen Kernströmung, c_x der Geschwindigkeitsverlauf im Grenzschichtbereich in Richtung der wandungsnormalen Koordinate y .

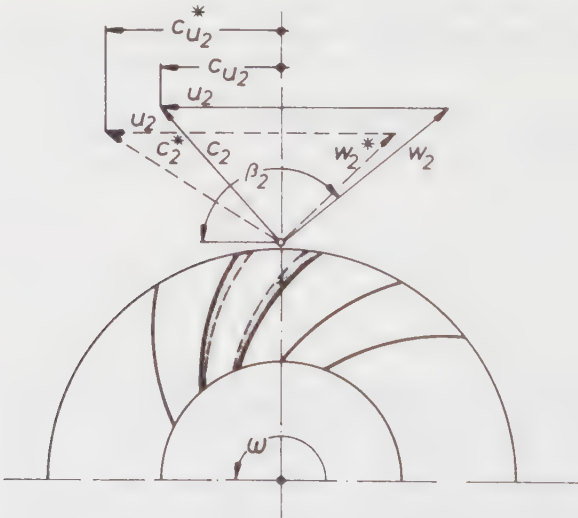


Bild 2.35: Grenzschichtwirkung am Laufradaustritt

Die Minderung des freien Kanalquerschnittes bewirkt bei Annahme eines konstanten Volumenstromes eine Steigerung der Relativgeschwindigkeit von w^* auf w (analog zur Darstellung in Bild 2.35). Bei konstanter Umfangsgeschwindigkeit u_2 am Laufradaustritt ändert sich damit die Umfangskomponente der Absolutgeschwindigkeit von c_{2u}^* auf c_{2u} . Gemäß der Definition des Minderleistungsfaktors μ für ein drallfrei angeströmtes Laufrad

$$\mu = \frac{c_{2u}}{c_{2u\infty}}$$

verringert sich bei Berücksichtigung der Grenzschichtwirkung der Minderleistungsfaktor μ .

Durch die Anhebung des Relativgeschwindigkeitsfeldes in der Kernströmung, infolge der Verdrängungswirkung der Wandgrenzschichten, liegen auch die wandnahe Relativgeschwindigkeit w_S und w_D höher als sie ohne Berücksichtigung der Grenzschicht errechnet werden. Die Möglichkeit, daß sich an der Schaufeldruckseite Rückströmgebiete ergeben, wird dadurch verringert.

Die Steigerung der Relativgeschwindigkeit an der Saugseite verstärkt die Gefahr von Verdichtungsstößen in diesem Schaufelbereich, wenn bereits ohne Berücksichtigung des Grenzschichteinflusses schallnahe Wandgeschwindigkeiten errechnet wurden. Damit ergibt sich eine teilweise Erklärung für die erheblich Diskrepanz, die zwischen potentialtheoretisch ermittelten Wandgeschwindigkeitsverläufen und experimentell festgestellten in verschiedenen Arbeiten, z.B. von KRAMER, OSBORN und HAMRICK [44], diskutiert wird. Bei Vergleichen dieser Art konnten potentialtheoretisch erwartbare druckseitige Rückströmgebiete experimentell nicht nachgewiesen werden. Dagegen zeigten sich saugseitige Ablösungsgebiete, die nach dem Verlauf der theoretischen Wandgeschwindigkeitserteilung nicht zu vermuten waren. Um den Einfluß der Wandgrenzschichten einerseits zu berücksichtigen ohne andererseits den Rechenaufwand im Rahmen der rechnergestützten

Laufradgestaltung unvertretbar zu erhöhen, wurde ein Näherungsverfahren erstellt, das über ein stark vereinfachtes Grenzschichtmodell eine Abschätzung der Verdrängungswirkung erlaubt. Dieses Verfahren beruht auf einer Berechnungsmethode von BALJE [31]. Der Laufradkanal wird hierzu in Strömungsrichtung in eine hinreichende Zahl von Kanalabschnitten aufgeteilt. Für jeden Kanalabschnitt gelten dabei die folgenden Einschränkungen:

1. Die Kanalwandungen eines Abschnittes seien ebene Flächen.
2. Im jeweils betrachteten Abschnitt sei das Fluid inkompressibel und die Verzögerung bzw. Beschleunigung konstant.
3. Die Grenzschichtströmung sei laminar oder turbulent, jedoch innerhalb des Bereiches ohne Umschlag.
4. Die Verdrängungsdicke δ^* sei ein Mittelwert, der längs der Abschnittsberandung in strömungsnormaler Richtung konstant ist.

Außerdem soll im gesamten Laufradkanal keine Ablösung der Wandgrenzschichten auftreten.

In dem von BALJE vorgestellten Verfahren gelten die Einschränkungen 1-4 für den gesamten Laufradkanal. Diese Idealisierungen erschienen bei Betrachtung der Geometrie eines schnellläufigen Verdichterlaufrades und den darin auftretenden Strömungsverhältnisse zu weitgehend. Der nachstehend erläuterte Ansatz von BALJE wurde daher sukzessive auf Kanalabschnitte angewandt. Der Laufradkanal wird für das erweiterte Verfahren in 25 nahezu gleich lange Abschnitte aufgeteilt. Bild 2.36 zeigt die Geometrie eines Kanalabschnittes.

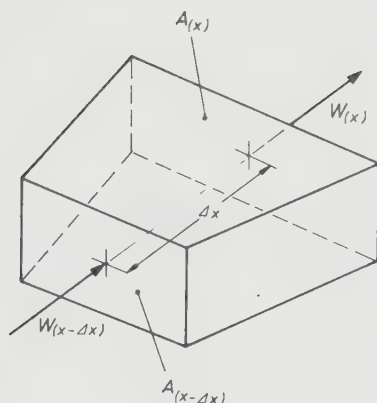


Bild 2.36: Geometrie eines Kanalabschnittes

Ausgangspunkt des Näherungsverfahrens ist ein halbempirischer Ansatz von E. TRUCKENBRODT [33]. Danach errechnet sich die Impulsverlustdicke δ^{**} an der Stelle "x" des idealisierten Kanalabschnittes:

$$\delta^{**}(x) \cdot \left[\frac{W(x)}{v} \cdot \delta^{**}(x) \right]^{\frac{1}{n}} = W(x)^{-(3+\frac{2}{n})} \cdot \left\{ C_1 + A \cdot \int_{x=x_U}^x W(x)^{3+\frac{2}{n}} \cdot dx \right\} \quad (2.83)$$

In Gleichung 2.83 ist

- $W(x)$: Geschwindigkeit der Kernströmung
- v : kinematische Zähigkeit des Fluids
- n : Exponent des allgemeinen Potenzgesetzes der Geschwindigkeitsverteilung in der Grenzschicht.
- C_1 : Konstante zur Erfassung der laminaren Vorstrecke, wenn im Kanal an der Stelle " x_U " ein Umschlagpunkt liegt.

A : Konstante innerhalb eines Abschnittes, die ansonsten von der Reynoldszahl Re beeinflußt wird.

Die Reynoldszahl Re bezüglich der Impulsverlustdicke δ^{**} ist

$$Re = \frac{W(x) \cdot \delta^{**}}{\nu}$$

Da vorausgesetzt wurde, daß innerhalb eines Kanalabschnittes kein Umschlag von laminarer zu turbulenter Grenzschichtströmung vorliegen soll, ist die Konstante C_1 gleich Null. Ebenso ist $x_u = 0$.

Unter dieser Bedingung gilt die von BALJE angegebene Näherungslösung, die im vorliegenden Fall auf jeden Kanalabschnitt getrennt angewandt wird.

$$\frac{\delta^{**}(x)}{x} = \frac{\left(\frac{A}{4+\frac{2}{n}}\right)^{\frac{n}{n+1}}}{Re^{\frac{1}{(n-1)}}} \cdot 2 \cdot \left[\frac{1 - \left(\frac{1}{\mu}\right)^{(4+\frac{2}{n})}}{1 - \frac{1}{\mu}} \right]^{\frac{n}{n+1}} \quad (2.84)$$

Darin bezeichnet x die Länge des Kanalabschnittes und μ das Verzögerungsverhältnis der mittleren Kanalgeschwindigkeiten zwischen Ein- und Austritt des Abschnittes. Die Konstanten A und n haben nach [32] folgende Zahlenwerte:

laminare Strömung : $A = 0.47$; $n = 1$

turbulente Strömung : $0.016 > A > 0.0076$; $4 < n < 6$

Dabei gelten die linksstehenden Grenzwerte für kleinere, die rechtstehenden für größere Reynoldszahlen.

($Re_{krit} \approx 300$./. 500)

Die Impulsverlustdicke δ^{**} ist über den Formparameter H_{12} mit der Verdrängungsdicke δ^* gekoppelt.

Es ist

$$H_{12} = \frac{\delta^{**}}{\delta^{**}} \quad (2.85)$$

Zur Berechnung des Formfaktor H_{12} wurde ein modifizierter empirischer Ansatz von Garner [45] gewählt, der sich bei verzögerten bzw. beschleunigten Strömungen inkompressibler Fluide als geeignet erweist.

$$H_{12} = 2,8 - \left[\frac{Re^{0.0569}}{0.00179} \cdot (0.0043 - \Lambda) \right] \frac{Re^{0.0222}}{4,3} \quad (2.86)$$

In dieser Gleichung ist Λ eine kombinierte Kenngröße aus Reynoldszahl Re und Hagenzahl Ha

$$\Lambda = - \frac{Ha}{Re} = - \frac{1}{W(x)} \cdot \frac{dw}{dx} \cdot \delta^{**} \quad (2.87)$$

Wie aus den Gleichungen 2.84 bis 2.87 zu entnehmen ist, besteht einerseits eine gegenseitige Abhängigkeit der Größen δ^{**} , δ^* und Re untereinander und andererseits eine wechselseitige Beziehung der Grenzschichtgrößen mit denen der Hauptströmungsgrößen, insbesondere mit der Geschwindigkeit w , der Verzögerung μ und der kinematischen Zähigkeit ν . Es wird daher eine zweifach geschachtelte Iteration nötig, die in folgenden Schritten erfolgt:

- 1.) Berechnung der Geschwindigkeitsverteilung im Laufradkanal nach dem modifizierten Verfahren von STANITZ ohne Berücksichtigung der Grenzschichtwirkung.
- 2.) Nach Aufteilung des Kanals in eine hinreichende Zahl von Kanalabschnitten, sukzessive Berechnung der Verdrängungsdicke für die Abschnitte, wobei die Gleichungen 2.84 bis 2.87 bei festen Werten der Hauptströmung iterativ gelöst werden.

- 3.) Berechnung der Geschwindigkeitsverteilung im Kanal, wobei die geometrisch fixierten Querschnitte um den Flächenanteil der örtlichen Verdrängungsdicke δ^* reduziert werden.
- 4.) Erneute Berechnung des Verdrängungsdickenverlaufs mit anschließender Bestimmung der darauf beruhenden Geschwindigkeitsverteilung.
- 5.) Vergleich der mit Grenzschichteinfluß gerechneten Geschwindigkeitsverteilungen. Ist die Übereinstimmung hinreichend gut kann die Rechnung abgebrochen werden, wenn nicht, ist eine erneute Grenzschichtrechnung nötig.

Das Verfahren wurde zur strömungstechnischen Beurteilung der in Abschnitt 4 beschriebenen Testlaufräder angewandt. Dabei zeigte es sich, daß der Algorithmus relativ rasch konvergiert und nur geringe Rechenzeiten gebraucht werden.

2.4.3 Quasi-dreidimensionale Strömungsrechnung

Zur abschließenden Beurteilung der erzeugten Laufradgeometrie wurde ein quasi-dreidimensionales Verfahren zur Berechnung der Laufradströmung eingesetzt. Dieses Verfahren beruht auf Arbeiten von WU [25] und KATSANIS [26,27]. Ein entsprechendes Rechenprogramm wurde arbeitsfähig in den Konstruktionsprozeß übernommen. Es soll daher nur eine kurzgefaßte Darstellung der Voraussetzungen, Grundgleichungen und Verfahrensschritte gegeben werden.

Zunächst werden folgende Idealisierungen vereinbart:

- nicht-zähigkeitsbehaftetes Fluid
- ideales Gas
- adiabater Prozeß
- keine Schwerkraftwirkung
- stationäre Relativströmung im Laufrad
- konstante Drehfrequenz des Laufrades

- drallfreie Laufradanströmung
- die Stromflächen 1. Art werden als Rotationsflächen angenommen.

Aufgrund dieser Annahmen wird die dreidimensionale Strömung durch folgende Grundgleichungen beschrieben:

1. Kontinuitätsgleichung:

$$\nabla \cdot (\rho \cdot \vec{w}) = \text{div} (\rho \cdot \vec{w}) = 0 \quad (2.89)$$

2. Bewegungsgleichung der Relativströmung:

$$\vec{w} \times (\nabla \times \vec{w}) + 2 \cdot \vec{\omega} \times \vec{w} = \nabla h_{\text{trel}} + T \cdot \nabla s \quad (2.90)$$

3. Zustandsgleichung des idealen Gases:

$$\rho / \rho_0 = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \cdot e^{-\frac{s-s_0}{R}} \quad (2.91)$$

4. Relative Totalenthalpie:

$$h_{\text{trel}} = h + \frac{w^2}{2} - \frac{u^2}{2} = c_p \cdot T + \frac{w^2}{2} - \frac{u^2}{2} \quad (2.92)$$

5. Energiesatz bei drallfreier Zuströmung:

$$\nabla h_{\text{trel}} = 0 \quad (2.93)$$

6. Isentrope Zustandsänderung:

$$T \cdot \nabla s = \nabla h - \frac{\nabla p}{\rho} = 0 \quad (2.94)$$

Um zu einer vollständigen Beschreibung der dreidimensionalen Relativströmung im Laufrad zu gelangen, muß das angegebene Gleichungssystem um Randbedingungen erweitert

werden, die aus der Geometrie des Laufradkanals resultieren. Bei der relativ komplizierten Geometrie insbesondere schnellläufiger Verdichterräder bereitet das Aufstellen dieser Randbedingungen erhebliche Schwierigkeiten.

Zu einer Vereinfachung des Problems gelangt man dadurch, daß durch Einführung von Stromflächen 1. und 2. Art (in der Literatur auch als S_1 - und S_2 -Stromflächen bezeichnet) die dreidimensionale Strömung durch mathematisch zweidimensionale Lösungen beschrieben wird.

Die Lösungen dieser Betrachtungsweise stimmen mit den Lösungen der vollen dreidimensionalen Beschreibung exakt überein, wenn in allen Punkten der vorgegebenen S_1 - und S_2 -Stromflächen die Bedingung gilt:

$$\vec{n} \cdot \vec{w} = 0 \quad (2.95)$$

d.h., daß in allen Punkten der Vektor der Relativgeschwindigkeit $\vec{w}$ senkrecht zum Flächennormalenvektor $\vec{n}$ gerichtet ist, bzw. keine Relativgeschwindigkeitskomponenten normal zu den Stromflächenpunkten existieren.

Wird z.B. die Bewegungsgleichung (2.90) in Komponentenschreibweise bezüglich eines Zylinderkoordinatensystems formuliert, so erhält man für die Koordinatenrichtungen φ (Umfangsrichtung), r (radiale Richtung) und z (axiale Richtung) folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned} -\frac{w_u^2}{r} - w_u \frac{\partial w_u}{\partial r} + \frac{w_u}{r} \cdot \frac{\partial w_r}{\partial \varphi} + w_z \cdot \left(\frac{\partial w_r}{\partial z} - \frac{\partial w_z}{\partial r} \right) - 2 \cdot \omega \cdot w_u \\ = \frac{\partial h_{\text{trel}}}{\partial r} + T \cdot \frac{\partial s}{\partial r} \quad (2.96) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{w_r \cdot w_u}{r} + w_r \cdot \frac{\partial w_u}{\partial r} - \frac{w_r}{r} \cdot \frac{\partial w_r}{\partial r} - w_z \cdot \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial w_z}{\partial r} - \frac{\partial w_u}{\partial z} \right) + 2 \cdot \omega \cdot w_r \\ = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial h_{trel}}{\partial \varphi} + T \cdot \frac{\partial s}{\partial \varphi} \right) \quad (2.98) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} - w_r \cdot \left(\frac{\partial w_r}{\partial z} - \frac{\partial w_z}{\partial r} \right) + w_u \cdot \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial w_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial w_u}{\partial z} \right) = \frac{\partial h_{trel}}{\partial z} + T \cdot \frac{\partial s}{\partial z} \quad (2.98) \end{aligned}$$

Dieses System von 3 Bewegungsgleichungen bezüglich der Richtung im Zylinderkoordinatensystem läßt sich auf ein System von 2 Bewegungsgleichungen für die Relativströmung längs der S_1 - oder S_2 -Stromfläche reduzieren, wenn diese Stromflächen durch Gauß'sche Flächenkoordinaten beschrieben werden (Bild 2.37).

Wie in Bild 2.37 dargestellt, wird für die S_1 -Fläche in der Regel eine Rotationsfläche angenommen.

Der Zusammenhang zwischen den Flächenkoordinaten m und u und den Zylinderkoordinaten r , φ und z ist in diesem Fall

$$du = r \cdot d\varphi \quad (2.99)$$

$$dm = \frac{dr}{\sin \alpha} \quad (2.100)$$

$$\tan \alpha = \frac{dr}{dz} \quad (2.101)$$

Die Darstellung der S_2 -Fläche in konturangepaßten Flächenkoordinaten wurde bereits in Abschnitt 3. behandelt.

Wird entsprechend Bild 2.34 für die Stromflächen 1. und 2. Art jeweils eine Stromschicht mit dem konstanten Massendurchsatz $\Delta \dot{m}$ definiert, so kann unter Benutzung der Kontinuitätsgleichung die Stromfunktion ψ eingeführt werden. Bezüglich der rotationssymmetrischen S_1 -Fläche ist dann

$$\frac{\partial \psi}{\partial m} = - \frac{b \cdot \rho}{\Delta \dot{m}} \cdot w_u \quad (2.102)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial u} = \frac{b \cdot \rho}{\Delta \dot{m}} \cdot w_m \quad (2.103)$$

$$\text{bzw.} \quad \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} = r \cdot \frac{b \cdot \rho}{\Delta \dot{m}} \cdot w_m \quad (2.104)$$

Darin ist b die örtliche Stromschichtdicke.

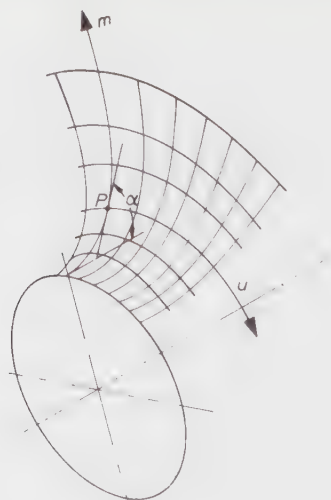


Bild 2.37: Stromflächenkoordinaten

Durch die Einführung der Stromfunktion ψ ist es möglich, den Strömungsverlauf auf den Stromflächen durch eine nichtlineare partielle Differentialgleichung 2. Ordnung zu beschreiben.

Für die Stromfläche 1. Art lautet die partielle D.Gl. der Stromfunktion unter der Annahme einer subsonischen Strömung:

$$\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial m^2} - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial u} \cdot \frac{\partial \psi^*}{\partial u} + \frac{\sin \alpha}{r} - \frac{1}{b \cdot \rho} \cdot \frac{\partial (b \cdot \rho)}{\partial m} \cdot \frac{\partial \psi^*}{\partial m} = \frac{2 \cdot b \cdot \rho \cdot \omega}{\Delta m} \cdot \sin \alpha \quad (2.105)$$

Darin ist $\psi^* = \frac{\psi}{m}$

Eine entsprechende Gleichung läßt sich für die Stromfläche 2. Art formulieren.

Geschlossene Lösungen dieser Differentialgleichungen sind nicht bekannt. Da es sich um Gleichungen von elliptischem Typ handelt, lassen sich mit Hilfe von Differenzenverfahren Näherungslösungen berechnen. Zu diesem Zweck werden die gewählten Stromflächen 1. und 2. Art mit jeweils einem Maschennetz überzogen. Die Art der gewählten krummlinigen Parameternetze richtet sich einerseits nach der Geometrie der jeweiligen Stromfläche und andererseits nach dem Kriterium einer möglichst günstigen analytischen Behandlung der Bewegungsgleichungen. Bei dem vorgegebenen Verfahren wird die Stromfläche 1. Art mit einem achssymmetrischen orthogonalen Netzwerk überzogen. Für die Berechnung auf der Stromfläche 2. Art wurde ein konturangepaßtes quasi-orthogonales Maschennetz benutzt. Dieses Netzwerk entspricht dem bei der Berechnung des Kanalquerschnittsverlaufes benutzten Maschennetz.

Mit einem iterativen Verfahren zur Lösung von Gleichungssystemen wird in jedem Punkt des Stromflächennetzes die Stromfunktion näherungsweise gelöst. Damit liegt die Richtung der Relativgeschwindigkeit in den Maschenpunkten fest. Wie eingangs beschrieben, fußt die mathematisch zweidimensionale Behandlung der dreidimensionalen Laufradströmung auf der Bedingung

$$\vec{n} \cdot \vec{w} = 0 \quad (2.95)$$

Die Form und Lage der Stromflächen S_1 und S_2 wird für die erste Durchrechnung in der Regel so angenommen werden, daß die S_1 -Fläche den Laufradkanal zwischen Deckscheibe und Radscheibe bezüglich des Massendurchsatzes halbiert und die S_2 -Fläche den Kanal zwischen Druck- und Saugseite entsprechend halbiert. Aus den Stromlinienverläufen die daraufhin für die S_1 - und S_2 -Fläche ermittelt werden, wird man im allgemeinen erkennen, daß die vorgegebenen Flächenverläufe für S_1 und S_2 nicht der Bedingung nach Gleichung 2.95 entsprechen. Aufgrund der ermittelten Stromlinienverläufe ist dann eine korrigierte Vorgabe der Stromflächenverläufe möglich, die wiederum mit den daraus ermittelten Stromlinienverläufen verglichen wird. Diese Prozedur wird so oft wiederholt, bis eine hinreichende Übereinstimmung mit Gleichung 2.95 vorliegt. Als Ergebnis dieses Berechnungsverfahrens erhält man auf den ausgewählten Stromflächen in allen Maschenpunkten die Relativgeschwindigkeit nach Größe und Richtung, die Dichte und den statischen Druck. Für die Bestimmung der Größe der Relativgeschwindigkeit ist eine Iteration bezüglich der zugeordneten Dichteverteilung erforderlich. Für die erste Durchrechnung wird in allen Netzknoten eine konstante Dichte angenommen. Wird das Berechnungsverfahren mit konturangepaßten Flächennetzen durchgeführt, so werden die zur Beurteilung der Geometrie wichtigen Wandgeschwindigkeiten direkt ermittelt, weil die Berandungsgeometrie definitionsgemäß 1. geometrischer Ort der Netzknoten ist. Bei Vorgabe eines achssymmetrischen Flächennetzes, wie am Bei-

spiel der S_1 -Fläche erläutert, liegen die Wandungskonturen nicht unbedingt auf Netzknoten, so daß zur Ermittlung der Wandgeschwindigkeiten eine Interpolation zwischen Netzknoten und der Wandkontur hinsichtlich der Relativgeschwindigkeit erforderlich wird.

2.4.4 Geschwindigkeitsverteilungen nach dem vereinfachten und nach dem quasi-dreidimensionalen Verfahren

Am Beispiel eines Laufrades (Testrad 2 mit der Austrittsbreite $b_2 = 11.7$ mm gemäß Abschnitt 4), das nach dem rechnergestützten Verfahren gestaltet wurde, sollen die Ergebnisse der Strömungsrechnung nach den unter 2.4.2 und 2.4.3 beschriebenen Verfahren dargestellt und diskutiert werden.

In Bild 2.38 sind die Relativgeschwindigkeitsverläufe an den Rändern und in der Mitte der mittleren Stromfläche 1. Art dargestellt. Neben den Ergebnissen der quasi-dreidimensionalen Rechnung sind die Verläufe nach dem vereinfachten Näherungsverfahren aufgetragen. Die Geschwindigkeitsverläufe wurden hierbei sowohl mit, als auch ohne Berücksichtigung der Grenzschichtwirkung berechnet und dargestellt.

Aus der Darstellung der berechneten Verläufe wird deutlich, daß eine relativ gute tendenzielle Übereinstimmung vorliegt. Ein quantitativer Vergleich der verschiedenartig berechneten Geschwindigkeiten ist sehr problematisch, da hinsichtlich der Modellvorstellung bei den benutzten Verfahren erhebliche Unterschiede bestehen.

Allgemeine Folgerungen über die Zuverlässigkeit des erstellten vereinfachten Näherungsverfahrens können aus dieser Beispielsrechnung nicht gezogen werden.

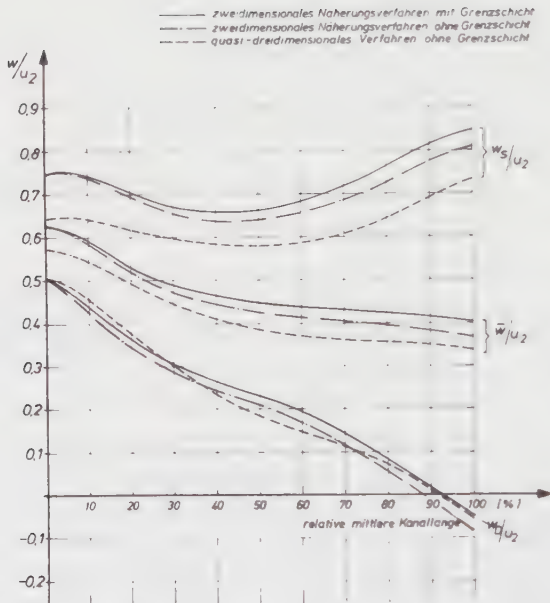


Bild 2.38: Darstellung berechneter Geschwindigkeitsverläufe

Es zeigt sich jedoch, daß dieses Verfahren zur Voroptimierung der Laufradgeometrie brauchbare Hinweise über den tendenziellen Verlauf der Wandgeschwindigkeiten und der mittleren Relativgeschwindigkeit liefert. Dieses betrifft vor allem die Beurteilung der Verzögerungsverhältnisse zwischen Laufradein- und -austritt.

Bild 2.39 zeigt den Verlauf der Relativgeschwindigkeiten an der Rad- und Deckscheibe des untersuchten Testrades. Diese Verläufe sind mit dem quasi-dreidimensionalen Verfahren ermittelt worden. Es handelt sich dabei um die Geschwindigkeiten, die an den Rändern der mittleren Stromfläche 2. Art errechnet wurden.

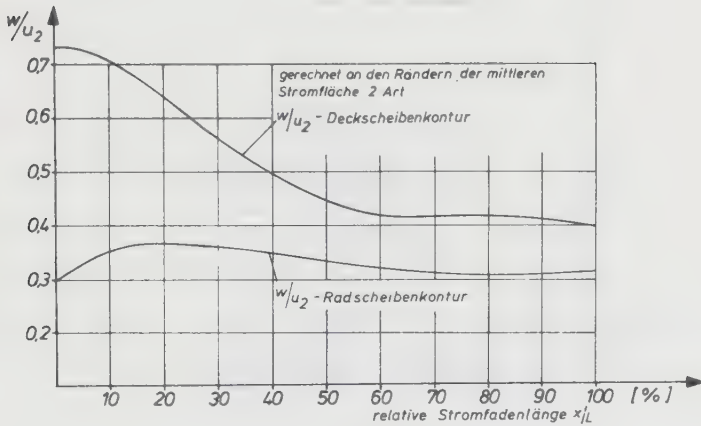


Bild 2.39: Wandgeschwindigkeiten an der Rad- und Deckscheibe

Wie im Abschnitt 5.1.8.1 im Zusammenhang mit der Einlaufoptimierung der Testlaufräder angesprochen wird, muß die Geschwindigkeitsverteilung vor dem Laufradeintritt $c_1 = c_1(r)$ zunächst näherungsweise berechnet und später überprüft werden. In Bild 2.40 ist die angenommene Verteilung der Verteilung gegenübergestellt die nach dem quasi-dreidimensionalen Verfahren errechnet wurde.

Diese Gegenüberstellung zeigt, daß der angenommene Geschwindigkeitsgradient zwischen Saugmündendurchmesser und Nabendurchmesser zu groß gewählt wurde. Am Saugmündendurchmesser D_{1a} stimmen die Geschwindigkeiten größenordnungsmäßig überein.

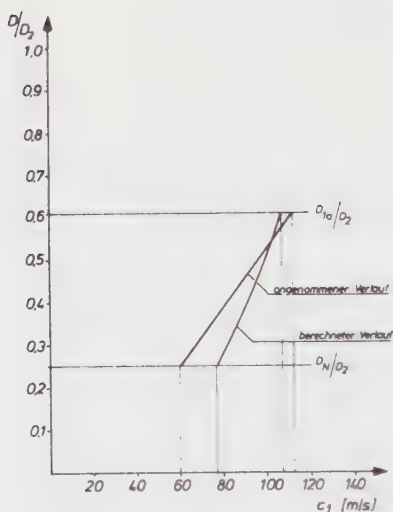


Bild 2.40: Geschwindigkeitsverteilung am Laufradeintritt

Da die in Abschnitt 5.1.8.1 beschriebene Einlaufoptimierung auf die Strömungsverhältnisse am Saugmündendurchmesser bezogen ist, die Anströmgeschwindigkeit c_1 an dieser Stelle von besonderer Bedeutung. Im vorliegenden Beispiel konnte auf eine Korrektur des Laufradeintritts verzichtet werden, weil die Geschwindigkeit c_1 näherungsweise richtig vorausgerechnet wurde.

Das in Abschnitt 2 beschriebene iterative Verfahren zur Gestaltung der Laufradgeometrie sei abschließend in einem groben Flußschaubild dargestellt.

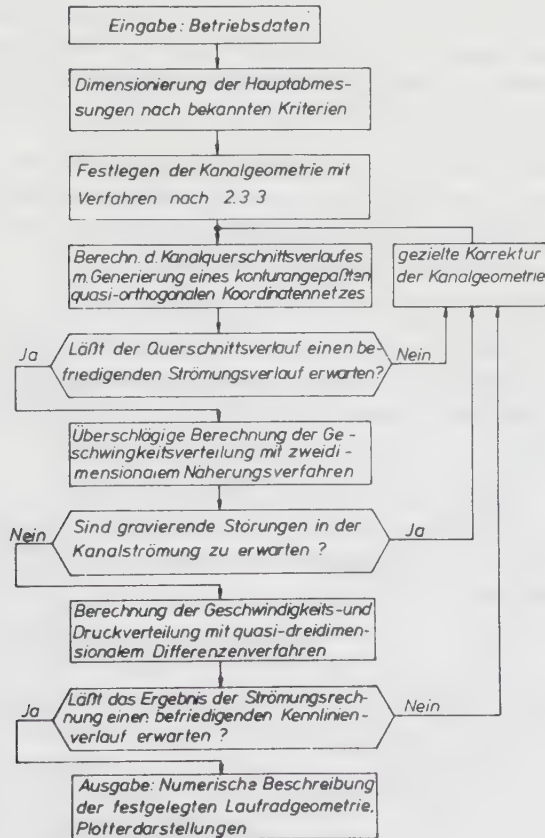


Bild 2.41: Ablauf der rechnergestützten Laufradkonstruktion

3. Laufradfertigung

3.1 Datenaufbereitung für das NC-Fräsen der Laufradkanäle

In der Einleitung wurde bereits beschrieben, daß mit dem NC-Fräsen der Laufradkanäle das Ziel verfolgt wird, eine möglichst weitgehende Übereinstimmung zwischen der theoretisch ermittelten und der gefertigten Laufradgeometrie zu erreichen. Diese Zielvorstellung wird durch den direkten Datentransfer zwischen Rechnung und Fertigung erheblich begünstigt.

Wie jedoch bei jedem Formgebungsverfahren so treten auch beim NC-Fräsen verfahrensbedingte Formfehler verschiedener Art und Größenordnung auf. Diese Formfehler lassen sich formal in zwei Kategorien einteilen:

1. Formabweichungen die sich aus dem Zerspanungsmechanismus, dem elastomechanischen Verhalten von Maschine, Werkzeug und Werkstück, sowie aus den Fertigungstoleranzen der Maschine und dem Verschleiß des Fräasers ergeben.
2. Formabweichungen die aus der Geometrie von Werkzeug und Werkstück, aus der Beschreibung der Fräszeilen und deren Dichte, sowie aus den Freiheitsgraden der Fräsbewegung resultieren.

Die Formfehler der 1. Kategorie treten grundsätzlich bei der Fräsbearbeitung auf und lassen sich nur im begrenzten Maße theoretisch erfassen und beeinflussen. Bei den Formfehlern der 2. Kategorie handelt es sich um Abweichungen von der Sollgeometrie wie sie überwiegend bei dem NC-Fräsen auftreten. Diese letzteren Formfehler können im allgemeinen theoretisch erfaßt werden und lassen sich auch in den Grenzen eines wirtschaftlich vertretbaren Aufwands verringern, jedoch nicht ganz beseitigen.

Damit ergibt sich die Notwendigkeit, auch ein NC-gefrästes Laufrad hinsichtlich seiner Istgeometrie meßtechnisch zu erfassen und mit der Sollgeometrie zu vergleichen (Abschnitt 4.3).

3.1.1 Bestimmung und Berücksichtigung verfahrensbedingter Formabweichungen

In diesem Abschnitt wird die Erfassung von Formabweichungen der 2. Kategorie behandelt, wie sie für die Laufradfertigung im vorliegenden Fall angewendet wurde. Für diese verfahrensbedingten Formabweichungen lassen sich zunächst folgende Ursachen angeben:

1. Die räumlich verwundenen Flächen werden zeilenweise bearbeitet, wobei zwischen der Geometrie der Fräseschneiden und der des Werkstückes im allgemeinen nur eine geringe Formüberdeckung gegeben ist.
2. Der Verlauf der einzelnen Fräszeilen wird digital, d.h. in Form eines Punktmusters, nachgebildet. Der stetige Verlauf der Sollgeometrie in Richtung der Fräszeile wird somit durch eine polygonartige Fräserbewegung angenähert.
3. Die Positionsbeschreibung der Fräserbewegung bezieht sich auf den Durchstoßpunkt zwischen Fräserachse und Fräseraußenform, die sog. Fräterspitze. Der Verlauf einer Fräszeile ergibt sich als die Menge aller Tangentialpunkte zwischen Fräferschneide und Werkstückoberfläche. Bei endlicher Fräserausdehnung weicht die Bahn der Fräerspitze von der Bahn der Tangentialpunkte ab, soweit die Fräserachse nicht normal zur gewünschten Werkstückoberfläche steht.

Nachfolgend sollen die Einflußgrößen dieser drei verschiedenen Formabweichungen kurz behandelt werden.

3.1.2 Makrorauigkeit und Fräszeilenabstand

Zum Fräsen der Laufradkanäle werden im allgemeinen Gesenckfräser mit halbrunder Stirn verwendet. Zerspanungstechnisch sind diese Fräser relativ problematisch, da die Schnittgeschwindigkeit an der schneidenden Stirnfläche in Abhängigkeit vom Fräserradius variiert und an der Fräser Spitze zu Null wird. Nach Möglichkeit sollte dieser Schneidenbereich nicht an der Zerspanung teilnehmen, was jedoch nur dann realisierbar ist, wenn die Fräserachse nicht senkrecht zur Werkstückoberfläche geneigt ist.

Eine "ziehende" Fräsbearbeitung ist aus wirtschaftlichen Gründen der "bohrenden" Fräsbearbeitung vorzuziehen.

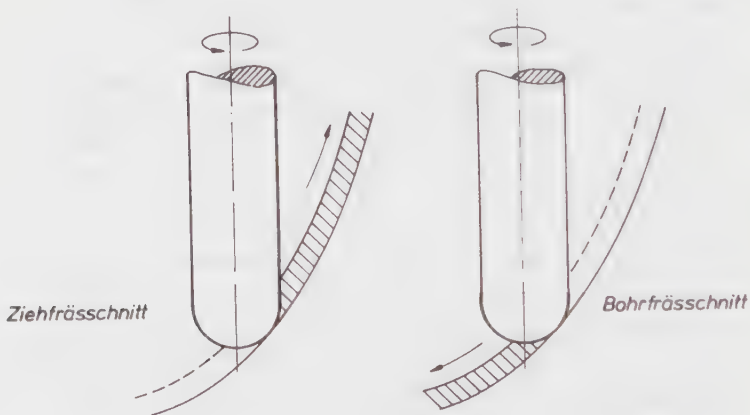


Bild 3.1: "Ziehende" und "bohrende" Fräsbearbeitung

In der Regel wird die zu bearbeitende Werkstückfläche wesentlich schwächer gekrümmt sein als die Fräuserschneide. Aus diesem Grund wird sich die Istgeometrie der erzeugten Werkstückoberfläche meist als ein Raster konkaver Fräsrillen darstellen. Die Tiefe der Fräsrillen im Normalschnitt (Bild 3.2) wird als Makrorauigkeit oder als Rillentiefe R_t bezeichnet.

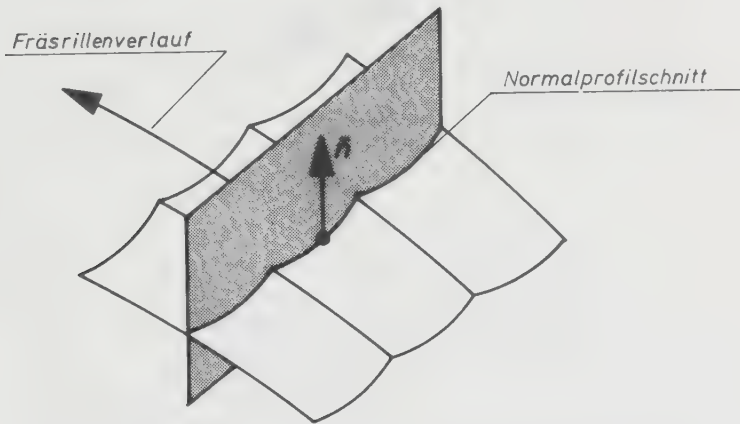


Bild 3.2: Fräsrillenprofil im Normalschnitt

Gemäß Bild 3.3 hängt die Rillentiefe R_t an einem bestimmten Ort der Werkstückoberfläche sowohl von der Geometrie des Fräasers und der Sollkontur sowie deren gegenseitiger Zuordnung als auch von der Dichte der Fräseilen ab.

$$R_t = R_t(r, \rho, v, z_A)$$

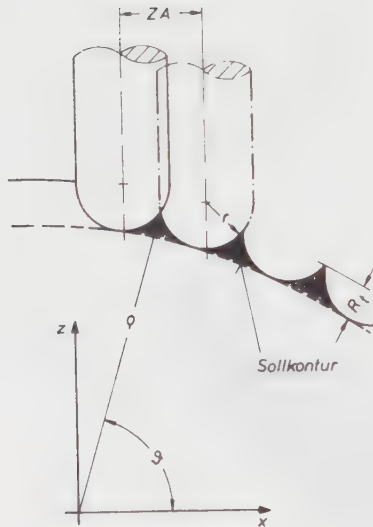


Bild 3.3: Darstellung der Rillentiefe R_t

Die Krümmungsverhältnisse der Oberfläche, ausgedrückt durch den örtlichen Krümmungsradius ρ , liegen durch die vorgegebene Sollgeometrie fest. Der Fräseradius r sollte zur Erzielung geringer Rillentiefe R_t möglichst groß sein. Beim Fräsen von Laufradkanälen wird seine Größe jedoch durch die Kanalweite im Nabenbereich des Eintrittes begrenzt. Wird die Fräsrille nur von der halbrunden Fräserstirn erzeugt, so ist die Rillentiefe R_t von der Zurordnung der Werkstückfläche zur Fräserachse unabhängig. Aus diesen Überlegungen wird deutlich, daß eine nennenswerte Beeinflussung der Rillentiefe R_t und damit der Formabweichung nur über den Fräseilenabstand z_A möglich ist. Eine geringe Rillentiefe R_t bedingt einen geringen Zeilenabstand z_A und damit eine große Anzahl von Fräseilen. Durch eine geringe Rillentiefe und eine große Zeilenzahl wird der zeitliche Aufwand der manuellen Nacharbeit verringert und deren Genauigkeit gesteigert.

Größere Zeilenzahlen bedingen jedoch längere Fräszeiten, so daß ein wirtschaftlich vertretbarer Kompromiß bezüglich Formtreue und Fertigungsdauer gefunden werden muß.

3.1.2.1 Berechnung der Rillentiefe und des Zeilenabstandes

Die Bestimmung der Rillentiefe und des Zeilenabstandes bei zunächst vorgegebener Zeilenzahl stützt sich auf die numerische Beschreibung der Kanalgeometrie aus dem Konstruktionsprozeß. Da hierbei zur Flächenbeschreibung Gauß'sche Parameterfunktionen verwendet wurden, erweist es sich als zweckmäßig, den Verlauf der Fräszeilen so zu legen, daß die Fräsertangentialpunkte auf konstanten u - bzw. v -Linien liegen.

Die Berandung der einzelnen Kanalflächen werden im allgemeinen nicht parallel zueinander verlaufen, was zur Folge hat, daß auch die u - und v -Linien untereinander nicht parallel verlaufen. Somit wird auch der Fräszeilenabstand z_A unter den getroffenen Voraussetzungen in Bearbeitungsrichtung nicht konstant sein.

Für die Beurteilung der Rillentiefe und der Zeilenzahl ist es daher sinnvoll, das Normalschnittprofil in einem mittleren Kanalbereich zu untersuchen.

Gemäß der in Bild 3.4 dargestellten Normalschnittgeometrie wird angenommen, daß die Tangentialpunkte zweier benachbarter Fräsrillen auf einem Krümmungsradius liegend, d.h. daß sich die ideale Sollkontur zwischen den Tangentialpunkten zirkular approximieren läßt.

Mit den in Bild 3.4 bezeichneten Größen erhält man eine Bestimmungsgleichung für die Rillentiefe R_t

$$R_t = \eta_{M_1} - \rho - \sqrt{r^2 - \xi_{M_1}^2} \quad (3.1)$$

Darin ist

$$\eta_{M_1} = \sqrt{(\rho+r)^2 - \xi_{M_1}^2} \quad (3.2)$$

und

$$\xi_{M_1} = \frac{\rho+r}{\rho} \cdot \frac{\overline{TP_1 TP_2}}{2} \quad (3.3)$$

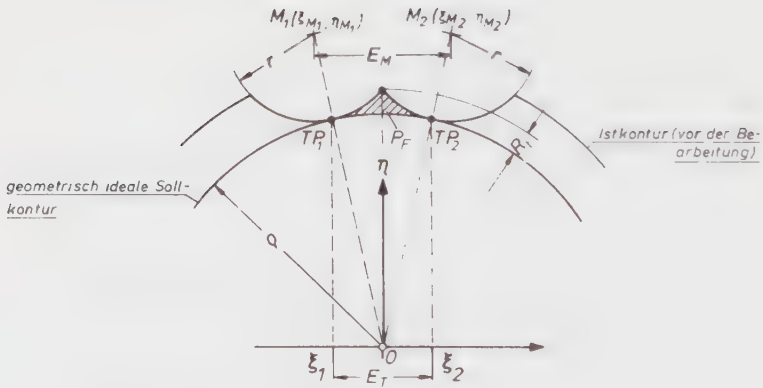


Bild 3.4: Geometrische Größen des Normalschnittprofils

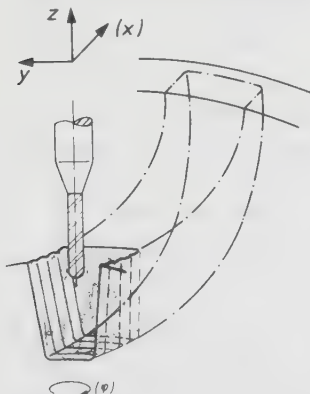
Erweist sich die errechnete mittlere Rillentiefe R_t als zu groß, so ist unter Beachtung der Bearbeitungsdauer eine erneute Berechnung von R_t mit erhöhter Zeilenzahl durchzuführen.

Wird die Rillentiefe R_t vorgegeben und wiederum angenommen, daß zwei benachbarte Tangentialpunkte auf einem gemeinsamen Krümmungsradius ρ liegen, so ist der Abstand der Tangentialpunkte

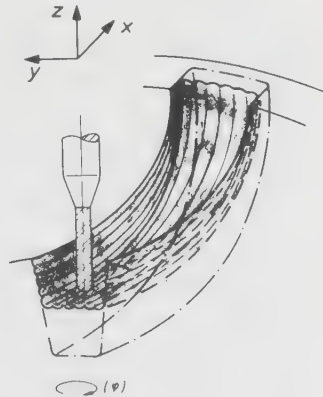
$$\overline{TP_1 TP_2} = 2 \cdot \rho \cdot \sqrt{1 - \left[\frac{(\rho + R_t)^2 + (\rho + r)^2 - r^2}{2 \cdot (\rho + R_t) \cdot (\rho + r)} \right]^2} \quad (3.4)$$

3.1.2.2 Möglichkeiten zur Verminderung der Makrorauigkeit

Wie vorhergehend bereits erwähnt, werden die Fräszeilen entsprechend der u- oder v-Linien der Gauß'schen Flächenkoordinaten gewählt. Bezogen auf die Hauptströmungsrichtung im Laufradkanal kann je nach Richtung der Fräszeilen von Quer- oder Längszeilen gesprochen werden, wie sie in Bild 3.5 dargestellt sind.



a) Querzeilen



b) Längszeilen

Bild 3.5: Fräszeilenverlauf im Laufradkanal

Unter bestimmten Voraussetzungen bezüglich der Form und Lage der Kanalflächen sowie der Freiheitsgrade der relativen Fräserbewegung ist es möglich, eine wesentliche Minderung der Makrorauigkeit zu erzielen bzw. sie gänzlich zu vermeiden.

Die völlige Vermeidung der Makrorauigkeit ist besonders bei Regelflächen möglich. In diesem Fall kann die erzeugende Gerade durch die Schneidentangente des Fräseschaftes nachgebildet werden, so daß eine vollständige Anpassung der Fräser- und Oberflächenform gegeben ist. Eine als allgemeine Regelfläche gestaltete Kanalwand kann zeilenfrei numerisch gefräst werden, wenn die vorhandene NC-Fräsmaschine über 5 simultan ansteuerbare Bewegungsachsen verfügt.

Liegt dagegen der Sonderfall vor, daß die Kanalwände als Regelflächen mit achsnormaler Erzeugenden gestaltet sind, so reicht eine 4 D-Steuerung aus, um zeilenfreie Schaufeloberflächen zu erzielen. Der Kanalgrund wird als Rotationsfläche im allgemeinen nicht zeilenfrei gefräst werden können. Möglichkeiten zur besseren Formanpassung wie sie sich beim 5 D-Fräsen derartiger Flächen ergeben, werden in [35] angegeben.

Grundsätzlich ist festzustellen, daß sich räumlich verwundene Laufradkanäle bei fester Laufradaufspannung mit nur 3 Translationsachsen im allgemeinen nicht unterschneitsfrei fräsen lassen. Für das Fräsen von Querzeilen (Bild 3.5 a) ist zusätzlich mindestens eine diskret zu stellbare Drehachse erforderlich. Beim Fräsen von Längszeilen ist aus Gründen der einfacheren mathematischen Behandlung eine zusätzliche simultan ansteuerbare Drehachse wünschenswert. Bild 3.6 stellt den Zusammenhang zwischen Kanalgeometrie, Zeilenverlauf und den Freiheitsgraden der relativen Fräserbewegung dar.

Achse	allgemein gekrümmte Fläche Zeitenfräsen				allgemeine Regell/ Formfräsen	axnormale Regell/ Formfräsen
	Querzeiten		Längszeiten			
	m U	a U	m U	a U		
x	1/2	1/2	1	1	1	1
y	1	1	1		1	1
z	1	1	1	1	1	1
φ	1/2		1/2	1	1	1
δ					1	
Bez	$2\frac{1}{2}D$	$2\frac{1}{2}D$	$3\frac{1}{2}D$	3D	5D	4D

m. U.: mit Unterschnitt
 a. U.: ohne Unterschnitt
 1 D.: simultan gesteuerte Bewegung
 $\frac{1}{2}D$: diskrete Zustellbewegung

Maschinenkoordinaten

Bild 3.6: Erforderliche Bewegungsachsen beim NC-Fräsen

Die Erweiterung einer 3 D-Steuerung um eine diskret zu-stellbare Drehachse läßt sich mit relativ geringem Auf-wand ohne Eingriff in NC-Steuerung und ohne Änderung des Postprocessors (Anpaßprogramm) realisieren.

Dazu wird ein Drehtisch mit einem Schrittmotor ausge-rüstet. Das Lösen und Spannen des Drehtisches, sowie die Größe des gewünschten Drehwinkels wird über eine spezielle Steuerung erreicht (Bild 3.7). Diese Hilfseinrichtung wurde für Laufräder vom Typ der in Abschnitt 4 beschrie-benen Testlaufräder entwickelt und erfolgreich getestet.

Als Startimpuls für die Steuerung wird ein Schaltbefehl der NC-Steuerung für die Betätigung eines Hilfsaggregates (Kühlmittelpumpe) verwendet. Dadurch ist es möglich, die diskrete Drehung in die Programmierung einzubeziehen. Der Betrag des Drehwinkels wird über einen Vorwahlschalter der Anpaßsteuerung eingestellt.

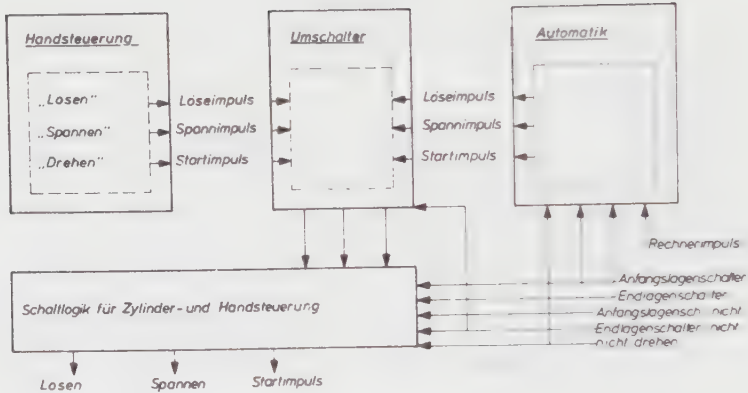


Bild 3.7: Steuerung für eine diskret zustellbare Drehachse

3.1.3 Fräszeileninterpolation

Beim Nachform- oder Kopierfräsen gekrümmter Flächen folgt die Fräserbewegung analog der Bewegung des Taststiftes. Dadurch ist die Istkontur einer Fräszeile mit der Sollkontur des Modells identisch. Soll eine Fläche numerisch gefräst werden, so muß der Verlauf der einzelnen Fräszeilen als ein diskretes Punktmuster auf die Steuerung übertragen werden. Zwischen den vorgegebenen Stützpunkten wird der Zeilenverlauf steuerungsintern im Regelfall linear interpoliert. Aus einem stetigen Kurvenzug der Sollgeometrie wird auf diese Weise ein unstetiger Polygonzug der Fräszeile (Bild 3.8).

Die Abweichung zwischen Soll- und Istgeometrie hängt im wesentlichen von der Bahnkrümmung und dem Abstand der Bahnpunkte ab. Soll die Zeilenabweichung möglichst klein sein, so müssen die Bahnpunktabstände gering gehalten werden, d.h. zur Beschreibung einer Fräszeile wird eine

große Anzahl von Bahnpunkten vorgegeben.

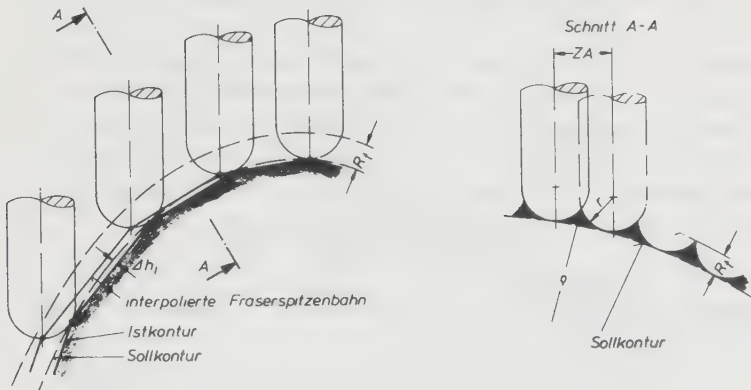


Bild 3.8 Linearinterpolation zwischen den Bahnpunkten

In diesem Zusammenhang ist die Art der Datenverarbeitung und -übertragung von ausschlaggebender Bedeutung.

Der Datenfluß bis zur Positionierung des Fräasers durchläuft im allgemeinen eine "äußere" und eine "innere" Datenverarbeitung. Die "äußere" Datenverarbeitung umfaßt alle Verfahrensschritte bis zur Herstellung eines Informationsträgers (Lochstreifen, Magnetband) mit dem die notwendigen Daten auf die Maschinensteuerung übertragen werden können. Als "innere" Datenverarbeitung werden alle Verfahrensschritte innerhalb der Maschinensteuerung bezeichnet.

Durch den Informationsträger zwischen der "äußeren" und "inneren" Datenverarbeitung wird die Menge übertragbarer Daten begrenzt.

Dadurch ist man bei komplizierten Werkstückgeometrien, wie sie räumlich verwundene Laufradkanäle darstellen, gezwungen, relativ große Bahnpunktabstände vorzugeben. Moderne Bahnsteuerungen sind mit programmierbaren Kleinrechnern ausgestattet. Bei einer solchen CNC (Computerized Numerical Control) kann die lineare oder parabolische Interpolation zwischen den vorgegebenen Bahnpunkten einer Raumkurve steuerungsintern durchgeführt werden. Hierdurch kann eine wesentliche Reduzierung der zu übertragenden Datenmenge erreicht werden, ohne die Formabweichungen zwischen Soll- und Istkontur zu vergrößern.

Bei der parabolischen Interpolation wird durch 2 oder 3 benachbarte Bahnpunkte eine Raumkurve mit folgender Parameterdarstellung gelegt:

$$x = a_0 + a_1 \cdot w + a_2 \cdot w^2 \quad (3.5)$$

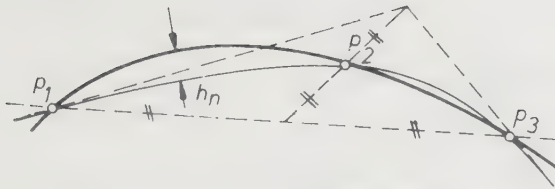
$$y = b_0 + b_1 \cdot w + b_2 \cdot w^2 \quad (3.6)$$

$$z = c_0 + c_1 \cdot w_1 + c_2 \cdot w^2 \quad (3.7)$$

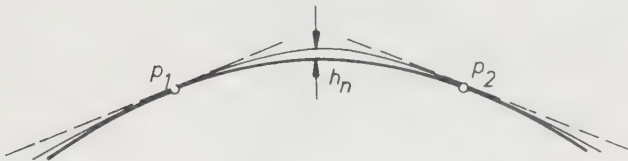
Die Polynomkoeffizienten a_i , b_i und c_i ergeben sich entweder aus den Koordinaten von 3 Bahnpunkten oder aus den Koordinaten von 2 Bahnpunkten und den Bahnsteigungen in diesen Punkten (Bild 3.9).

Die Berechnung der Koeffizienten wird vom Steuerungsrechner ausgeführt.

Bei parabolischer Interpolation läßt sich die Formabweichung zwischen Soll- und Istkontur ebenfalls nur durch Verringerung der Bahnpunktabstände mindern. Insbesondere bei stärker gekrümmten Flächen ist jedoch, unter Voraussetzung gleicher Toleranz, eine erheblich geringere Punktmenge gegenüber der Linearinterpolation notwendig.



Parabelinterpolation mit drei Punkten



Parabelinterpolation mit zwei Punkten und zwei Tangenten

Bild 3.9: Parabelinterpolation

Im vorliegenden Fall wurde eine CNC-Steuerung AEG 0331 benutzt, die einen internen Interpolator zur parabolischen Interpolation räumlicher Fräszeilen besitzt.

3.1.4 Fräserradiuskorrektur

Bei der bisherigen Betrachtung hinsichtlich Zeilenabstand und Zeilenverlauf wurde ausschließlich von Werkstückkoordinaten ausgegangen, d.h. es wurden nur die Tangentialpunkte zwischen Fräterschneide und der Sollfläche betrachtet.

Die Positionierung des Fräasers in Maschinenkoordinaten bezieht sich jedoch auf die Fräerspitze. Damit ergibt sich die Notwendigkeit, jedem Tangentialpunkt die Position der Fräerspitze zuzuordnen (Bild 3.10)

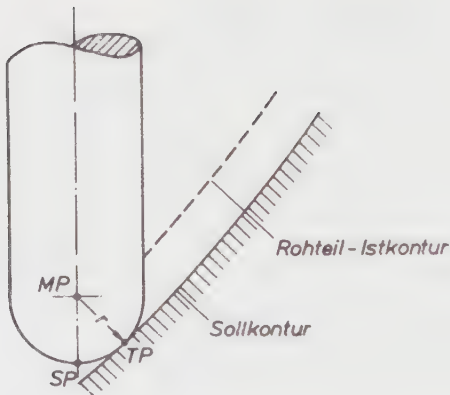


Bild 3.10: Zusammenhang zwischen der Sollkontur und der Bahn der Fräterspitze.

Durch die halbkugelförmige Gestalt der Gesenckfräterschneide ergibt sich ein analytisch relativ einfach zu beschreibender Zusammenhang (Bild 3.11).

In Komponentenschreibweise läßt sich die Position der Fräterspitze wie folgt darstellen:

$$x_{SP} = x_{TP} + x_n \cdot r \quad (3.8)$$

$$y_{SP} = y_{TP} + y_n \cdot r \quad (3.9)$$

$$z_{SP} = z_{TP} + (z_n - 1) \cdot r \quad (3.10)$$

Neben den Koordinaten der Fräterspitze SP und denen des Tangentialpunktes TP treten in den Gleichungen die Koordinaten des Normaleneinheitsvektors $\vec{n}$ auf. Die Richtung des Normaleneinheitsvektors $\vec{n}$ im Tangentialpunkt läßt sich näherungsweise aus der Lage zweier benachbarter Tangentialpunkte ermitteln. Hierbei muß vorausgesetzt

werden, daß die Flächenpunkte bezüglich der Flächenkrümmung hinreichend dicht gelegt sind.

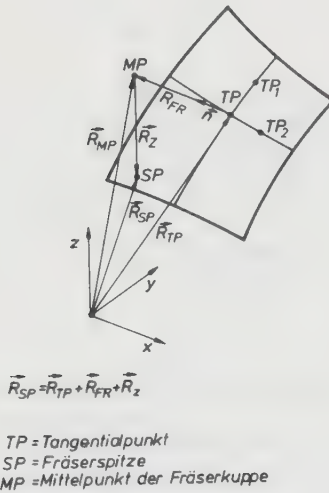


Bild 3.11: Vektorbeziehung zwischen Fräzerspitze und Tangentialpunkt

Die Fräseradiuskorrektur wird komplizierter, wenn sich zwei zu bearbeitende Werkstückflächen schneiden, wie das in den Ecken eines Laufradkanals gegeben ist.

In diesem Fall tangiert die Fräzerschneide beide Sollkonturen, wobei die Tangentialpunkte in der Regel nicht mit den ermittelten Flächenpunkten übereinstimmen.

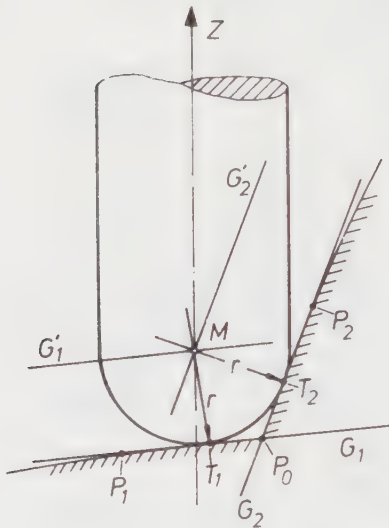


Bild 3.12: Tangentialpunkte in Konturrecken

Liegen beispielsweise die Tangentialpunkte (T_1, T_2) wie in Bild 3.12 zwischen den randnahen Flächenpunkten (P_1, P_2) und dem Schnittpunkt P_0 , so kann man die Position der Fräerspitze näherungsweise wie folgt bestimmen:

Der Konturverlauf zwischen den Punkten P_1-P_0 und P_2-P_0 wird jeweils durch eine Gerade (G_1, G_2) angenähert. Die Geraden (G_1, G_2) spannen eine Ebene aus, in der auch der Mittelpunkt M der Fräserkuppe liegt. Durch Parallelverschiebung beider Geraden (G_1, G_2) um den Betrag des Fräserradius r erhält man im Schnittpunkt der verschobenen Geraden (G'_1, G'_2) die Position des Schneidemittelpunktes M. Gegenüber dem Punkt M ist die Fräerspitze SP um den Betrag r in z-Richtung verschoben.

Fräserradiuskorrektur und Fräszeileninterpolation stehen hinsichtlich der Konturabweichung in einer Wechselbeziehung.

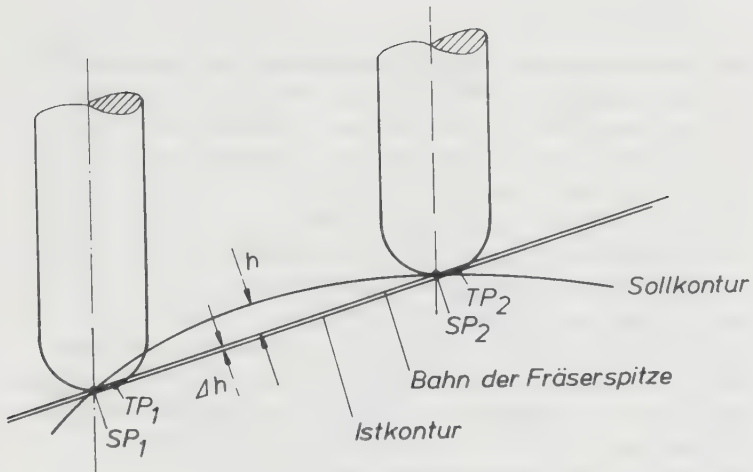


Bild 3.13: Formabweichung durch Interpolation und Fräser-radiuskorrektur

Am Beispiel einer linearen Interpolation zwischen 2 Bahn-
punkten wird dieser Zusammenhang in Bild 3.13 deutlich.
Durch Interpolation zwischen den Tangentialpunkten TP_1
und TP_2 ergibt sich eine maximale Formabweichung h . Durch
die Fräserradiuskorrektur werden bezüglich der Punkte TP_1
und TP_2 die Fräterspitzenpositionen SP_1 und SP_2 in Ma-
schinenkoordinaten definiert. Infolge der steuerungsinter-
nen Linearinterpolation wird die Fräterspitze auf einer
Geraden vom Punkte SP_1 zum Punkt SP_2 bewegt. Der Verlauf
der realen Tangentialpunkte verursacht bei dieser Be-
wegung eine zusätzliche Formabweichung Δh , die jedoch all-
gemein vernachlässigt wird, da sie gegenüber den sonstigen
Abweichungen relativ unbedeutend ist.

3.2 Übertragung der ermittelten Laufradgeometrie auf die NC-Fräsmaschine

Die Programmierung räumlich verwundener Laufradgeometrien zur dreiachsigen Fräsbearbeitung erfordert ein geeignetes Programmiersystem. In den letzten Jahren ist eine Vielzahl von Programmsystemen entwickelt worden, die sich bezüglich ihres Vokabulars im wesentlichen an das älteste und universellste System APT (Automatically Programmed Tools) anlehnen und als APT-ähnliche Sprachen bezeichnet werden. Im vorliegenden Fall wurde das von der AEG-Telefunken entwickelte System GDV 50 mit dem Sondersegment DBMILL benutzt. Das System GDV 50 ist zunächst geeignet ebene Kurven aus den geometrischen Elementen Punkt, Gerade und Kreis zu erzeugen und diese durch Transformationen, Spiegelungen oder Projektionen in räumliche Kurven zu überführen. Das Sondersegment DBMILL generiert aus vorgegebenen Flächen- oder Teilflächenberandungen unter Benutzung der COONS'schen Flächeninterpolation glatte Flächen und belegt diese mit einem Fräszeilennetz, wobei auch die Fräserradiuskorrektur durchgeführt wird. Durch den vorausgegangenen Konstruktionsprozeß des Laufrades liegt bereits eine numerische Beschreibung der zu fräsenden Oberflächen vor. In diesem Fall übernimmt das Verarbeitungsprogramm die eingegebenen Konturdaten, führt evtl. notwendige Transformationen durch und liefert die sog. CLDATA (cutter location data). Unter der CLDATA sind im wesentlichen die Koordinaten der Fräerspitzenpositionen zu verstehen. Im nachgeschalteten Postprocessor PP 0331 werden die Ergebnisse des Verarbeitungsprogrammes auf die spezielle Steuerung, in diesem Fall AEG 0331, zugeschnitten. Innerhalb des Postprocessors werden den Fräserpositionsdaten (CLDATA) Weg- und Schaltbedingungen des Arbeitsablaufes zugefügt. Außerdem wird aufgrund der Maschinendynamik und der vorgegebenen Fräszeilenform eine Optimierung der Vorschubgeschwindigkeiten vorgenommen. Der gesamte Arbeitsprozeß wird vom Postprocessor satzweise

auf Lochstreifen oder Magnetband ausgegeben. Außerdem wird ein Ablaufprotokoll erzeugt.

Aktiviert wird das Verarbeitungsprogramm (compiler) und der Postprocessor durch das sog. Teile- oder Partprogramm, das alle Anweisungen der Fertigungsaufgabe enthält. Bild 3.14 zeigt den beschriebenen Datenfluß für die durchgeführte Laufradfertigung.

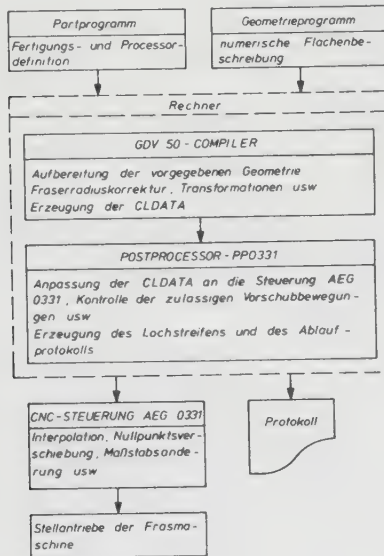


Bild 3.14: Datenfluß bei der NC-Programmierung

4. Test des Gestaltungsverfahrens am Beispiel ausgeführter Verdichterlaufräder

4.1 Gesichtspunkte zur Dimensionierung der Verdichterlaufräder

Um die Nutzenanwendung des zuvor beschriebenen Konstruktionsverfahrens zu testen, wurde ein Laufrad rechnergestützt entwickelt, das in den Auslegungsdaten einem vorhandenen konventionell konstruierten Laufrad entsprach. Die Kenngrößen beider Laufräder sind

$$\varphi_D = 0,1 \quad \text{und} \quad Ma_u = 0,91$$

Das konventionell konstruierte Laufrad war vor ca. 8 Jahren für einen speziellen Verwendungszweck nach den damals üblichen Dimensionierungs- und Gestaltungsmethoden entwickelt worden. Die Schaufelflächen waren als Regelflächen mit achsnormaler Erzeugenden gestaltet worden. Als Leitkurve der erzeugenden Geraden wurde eine kubische Parabel gemäß Bild 2.16 und 2.17 gewählt.

Das für gleiche Auslegungsdaten rechnergestützt konstruierte Laufrad stimmt in den Hauptabmessungen, Außendurchmesser D_2 , Eintrittsdurchmesser D_1 , Nabendurchmesser D_N , Nabenlänge L_N , Schaufelzahl z und Schaufelstärke s mit dem damals entwickelten Laufrad überein (siehe Aufstellung der Hauptabmessungen Abschnitt 5.1.8)

Da die Schaufelfläche gleichfalls als Regelfläche mit achsnormaler Erzeugenden gestaltet wurde, liegen auch gleiche Schaufelaustrittswinkel $\beta_2 = 90^\circ$ vor, so daß beide Laufräder der Geometrie gemäß Bild 4.1 entsprechen.

Bei der Dimensionierung der Eintrittsgeometrie wurde seinerzeit von einer über den Radius konstanten Zuströmgeschwindigkeit c_1 ausgegangen. Danach ergab sich für den Schaufeleintrittswinkel β_1 am Saugmunddurchmesser D_1 des damals ausgelegten Laufrades der Wert $\beta_1 = 30^\circ$.

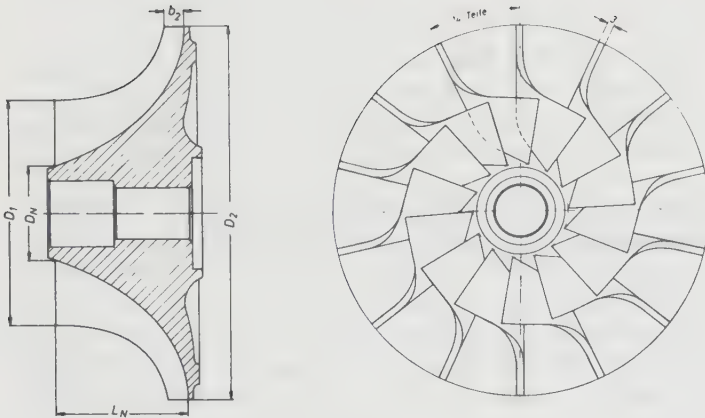


Bild 4.1: Geometrie der Versuchslaufräder

Nach den Dimensionierungskriterien des vorliegenden Gestaltungsverfahrens wird gemäß 5.1.8.1 eine lineare, nicht-konstante Anströmgeschwindigkeitsverteilung $c_1(r)$ vorgegeben. Aufgrund dieser Annahme wurde der Eintrittswinkel am Saugmündendurchmesser mit $\beta_1 = 32,5^\circ$ errechnet.

Nach den Gleichungen 2.36 und 2.39 ergibt sich damit bezüglich der Leitkurven der erzeugenden Geraden für die Schaufelflächen ein unterschiedlicher Koeffizient C . Ein weiterer Unterschied besteht hinsichtlich der Meridiankonturen von Rad- und Deckscheibe.

Zur Festlegung dieser Konturen wurden bei der damaligen Laufradgestaltung im wesentlichen Stetigkeitsgesichtspunkte des Meridianquerschnittsverlaufes berücksichtigt. Die dabei entstandenen Rad- und Deckscheibenkonturen sind in Bild 2.31 und 2.32 als Form 1 dargestellt.

Bei dem neuentwickelten Laufrad wurden diese Konturen unter Beachtung der theoretisch ermittelten Kanalströmung (Abschnitt 2.4) gestaltet (Bild 2.31 und 2.32 Form 3).

Die Laufradaustrittsbreite b_2 wurde innerhalb des Konstruktionsverfahrens aufgrund des Dimensionierungskriteriums nach Abschnitt 5.1.3 und der Strömungsrechnung nach Abschnitt 2.4.2 und 2.4.3 mit $b_2 = 10,0$ mm ermittelt.

Um feststellen zu können, ob die so festgelegte Geometrie des rechnergestützt konstruierten Laufrades optimale Eigenschaften (stabile Betriebskennlinie, befriedigender Wirkungsgrad) in der Praxis erbringt, wurde dieses Laufrad zunächst mit einer offensichtlich zu großen Austrittsbreite $b_2 = 17,5$ mm ausgeführt. Ausgehend von dieser Austrittsbreite wurden die in Bild 4.2 dargestellten Abdrehestufen bis zur theoretisch optimalen Austrittsbreite $b_2 = 10,0$ mm festgelegt. Jede Abdrehestufe wurde gemäß Abschnitt 2.4.2 und 2.4.3 nach dem günstigsten Kanalquerschnittsverlauf gestaltet.

In ähnlicher Weise wurde das vorgegebene Laufrad, das nachfolgend als Versuchsrad 1 bezeichnet wird, behandelt.

Ausgehend von den zeichnungsmäßig festgelegten Abmessungen dieses Laufrades im Originalzustand, wurden Abdrehestufen von $b_2 = 17,5$ mm bis $b_2 = 10$ mm entwickelt, die unter den festvorgegebenen Geometriebedingungen (Schaufelumlenkung, Radscheibenkontur) die günstigsten Kanalquerschnittsverläufe ergeben.

Gemäß vorgegebener Abdrehestufen wurde Versuchsrad 1 und das rechnergestützt entwickelte Laufrad (Versuchsrad 2) nach dem gleichen Verfahren und mit der gleichen Oberflächenbeschaffenheit gefertigt und in den einzelnen Abdrehestufen meßtechnisch untersucht.

In Ergänzung dieser beiden Vergleichslaufräder wurde ein Laufrad höherer Schnellläufigkeit ($\varphi_D = 0,17$) und Machum-

fangszahl ($Ma_u = 1,05$) nach dem beschriebenen Gestaltungs-
verfahren entwickelt.

Die meßtechnische Untersuchung dieses nachfolgend als Ver-
suchsrad 3 bezeichneten Laufrades soll zeigen, ob der Kon-
struktionsalgorithmus auch bei sehr schnellläufigen Ver-
dichterrädern befriedigende Ergebnisse gewährleistet.
Die als optimal ermittelte Geometrie dieses Laufrades wird
unmittelbar auf die Fertigung übertragen, d.h. in diesem
Fall wird auf Variationen der Deckscheibenkontur bzw. des
Kanalquerschnittsverlaufes verzichtet. Der günstigste Lauf-
radkanal wird für eine Laufradaustrittsbreite von $b_2 = 25$ mm
errechnet.

In den Bildern 4.10b und 4.10c sind die errechneten Ver-
läufe des Kanalquerschnittes und der Relativgeschwindig-
keiten auf der Stromfläche 1. Art des Versuchsrades 3 dar-
gestellt.

Eine Bewertung der Kurvenverläufe für die Versuchsräder
1, 2 und 3 wird im Zusammenhang mit den gemessenen Kenn-
linien vorgenommen. Es sei jedoch an dieser Stelle bereits
erwähnt, daß zur Festlegung der theoretisch optimalen Kon-
turen drei Kriterien besonders beachtet wurden:

1. Der Kanalquerverlauf soll möglichst stetig sein und
höchstens ein Maximum haben.
(Bei der vorgegebenen Geometrie des Versuchsrades 1 war
die letztere Bedingung nicht konsequent einzuhalten).
2. Die Verzögerung der mittleren Relativgeschwindigkeit
soll zwischen Laufradein- und austritt den Wert
 $w_2/w_1 = 0,7$ nicht nennenswert unterschreiten.
3. Die druckseitige Relativgeschwindigkeit w_D soll nicht
negativ werden.

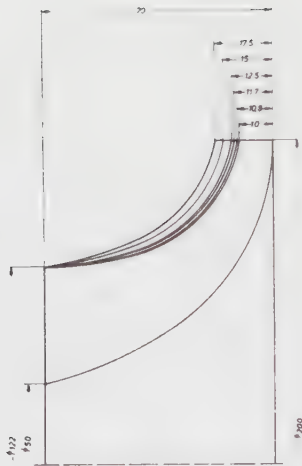


Bild 4.2: Abdrehkonturen des Versuchsrades 2

4.2 Berechnete Kanalquerschnittsverläufe und Relativgeschwindigkeitsverteilungen

In den nachfolgenden Bildern 4.3 bis 4.10 sind die errechneten Kanalquerschnittsverläufe und Relativgeschwindigkeitsverteilungen auf der Stromfläche 1. Art der Versuchsräder 1 und 2 dargestellt.

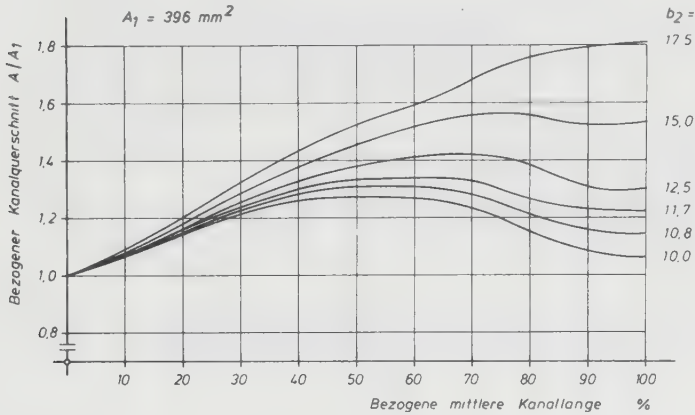


Bild 4.3 Kanalquerschnittsverläufe (Rad 1)

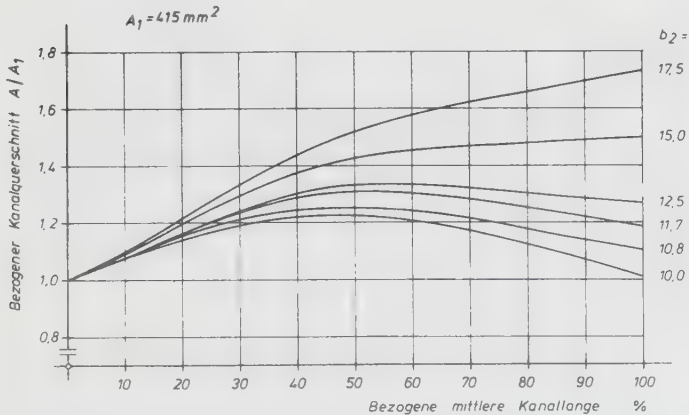


Bild 4.4: Kanalquerschnittsverläufe (Rad 2)

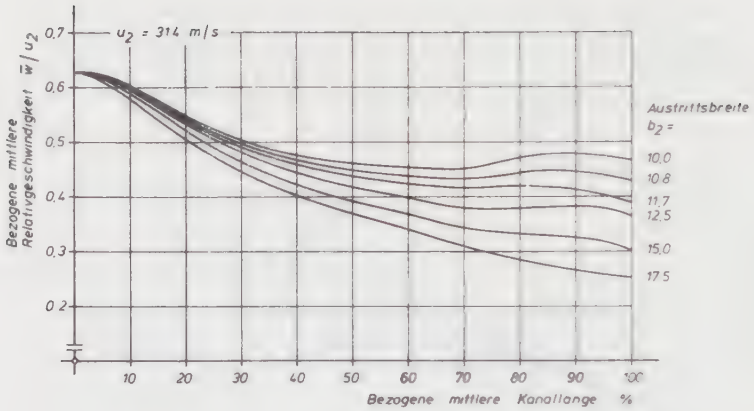


Bild 4.5: Verlauf der mittleren Relativgeschwindigkeit (Rad 1) berechnet nach Abschnitt 2.4.2

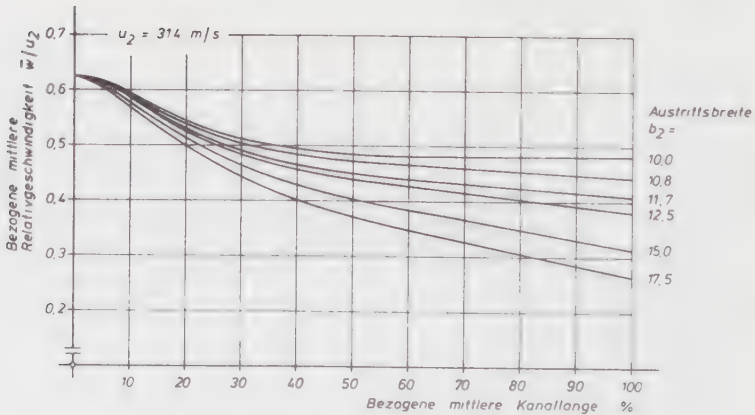


Bild 4.6: Verlauf der mittleren Relativgeschwindigkeit (Rad 2) berechnet nach Abschnitt 2.4.2

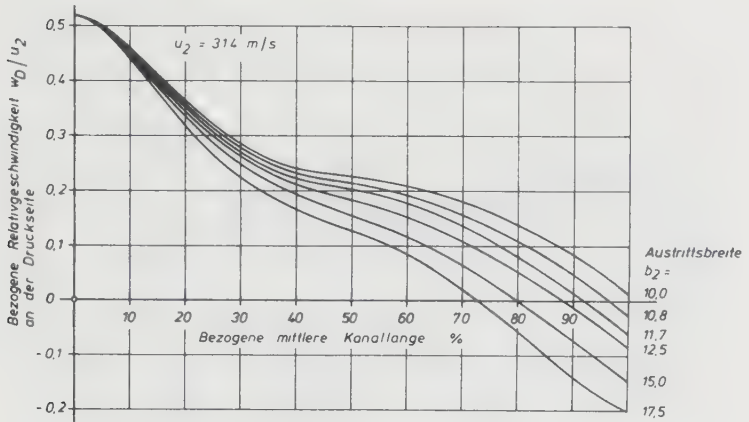


Bild 4.7: Verlauf der druckseitigen Relativgeschwindigkeit (Rad 1) berechnet nach Abschnitt 2.4.2

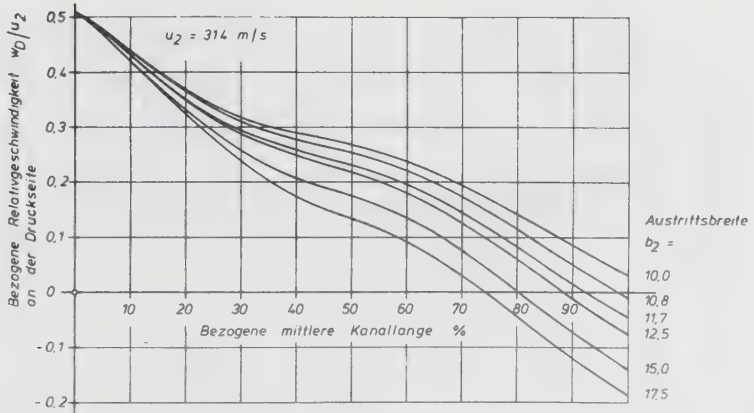


Bild 4.8: Verlauf der druckseitigen Relativgeschwindigkeit (Rad 2) berechnet nach Abschnitt 2.4.2

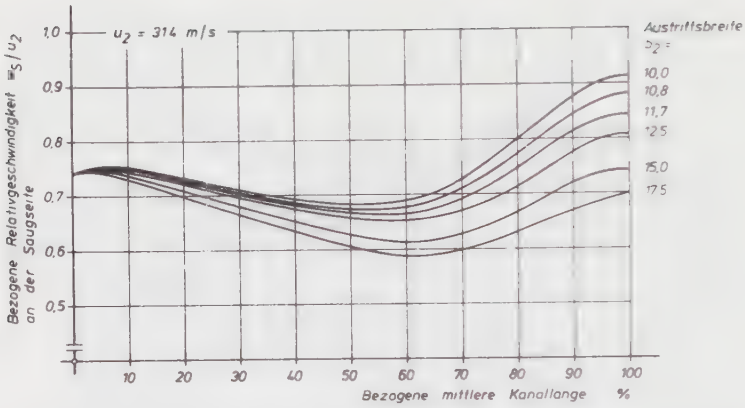


Bild 4.9: Verlauf der saugseitigen Relativgeschwindigkeit (Rad 1) berechnet nach Abschnitt 2.4.2

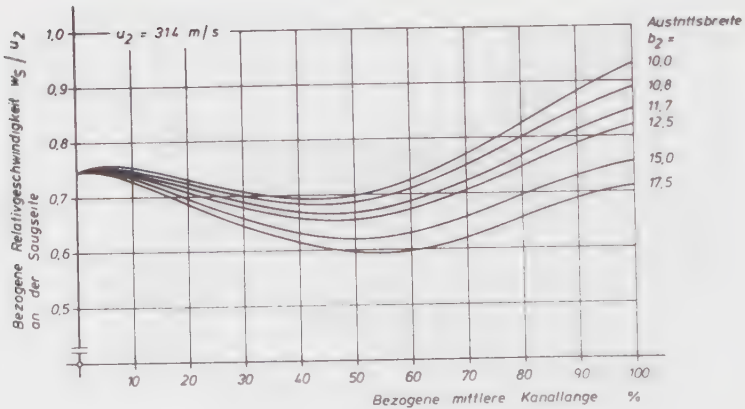


Bild 4.10: Verlauf der saugseitigen Relativgeschwindigkeit (Rad 2) berechnet nach Abschnitt 2.4.2

Nachfolgend werden die errechneten Verläufe der Relativgeschwindigkeiten und des Kanalquerschnitts für das Laufrad 3 dargestellt.

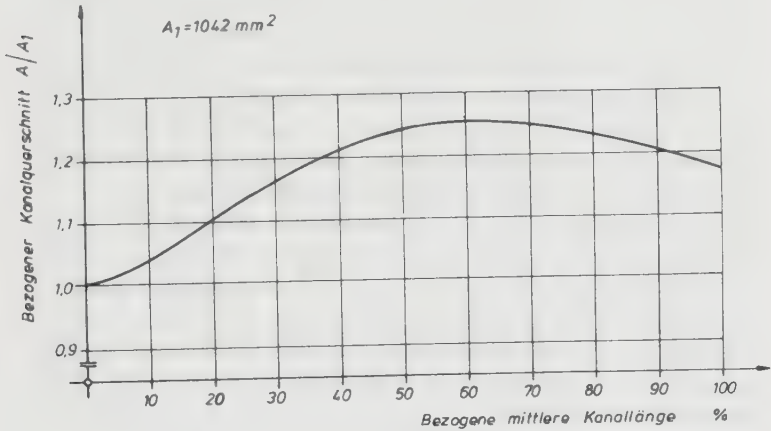


Bild 4.10 b: Kanalquerschnittsverlauf (Rad 3)

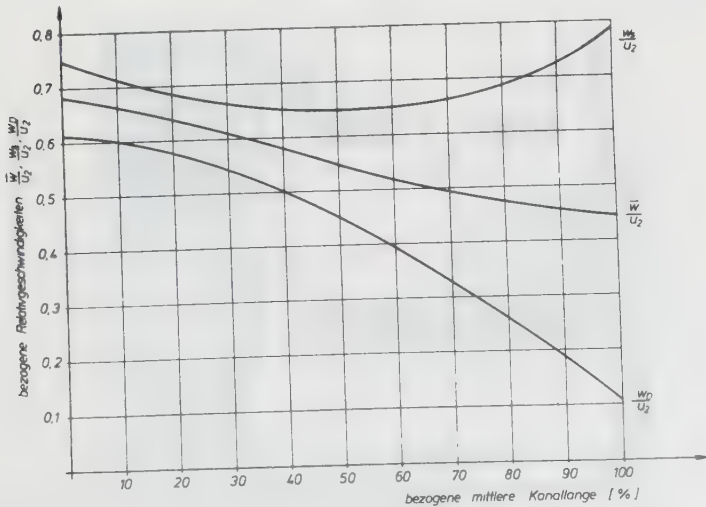


Bild 4.10 c: Relativgeschwindigkeitsverläufe (Rad 3)

4.3 Überprüfung der gefertigten Laufradgeometrie

Wie aus der Diskussion der verfahrensbedingten Formabweichungen (Abschnitt 3.1.1) deutlich wird, ist auch beim NC-Fräsen eines Verdichterlaufrades keine vollständige Identität zwischen der vorgegebenen Sollgeometrie und der erzielten Istgeometrie erreichbar. Neben den systematischen Abweichungen, die bereits im Lochstreifen zur NC-Steuerung größtenteils enthalten sind, treten noch die einleitend erwähnten Formfehler der 1. Kategorie auf. Diese Abweichungen, die sich vorrangig aus dem elastomechanischen Verhalten von Werkzeug und Werkstück, sowie aus den Fertigungstoleranzen und dem Verschleiß von Maschinen und Fräser ergeben, sind einer theoretischen Erfassung nur schwer zugänglich. Gleiches gilt auch für Abweichungen bei einer evtl. manuellen Nachbearbeitung der gefrästen Oberflächen. Daraus ergibt sich die Forderung, das gefertigte Laufrad hinsichtlich seiner Istgeometrie zu vermessen, um so auch die Formabweichungen der letztgenannten Kategorie zu erfassen.

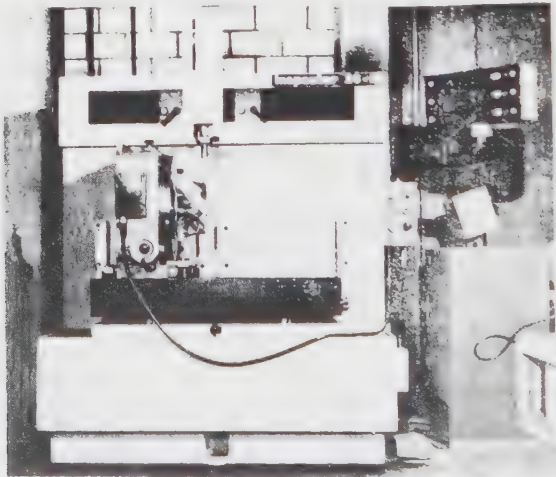


Bild 4.11: Meßmaschine OLIVETTI-INSPECTOR

Hierzu wurde die am Lehrstuhl für Fluidenergiemaschinen vorhandene Meßmaschine OLIVETTI-INSPECTOR benutzt. Diese Maschine verfügt über 4-Meßachsen und zwar 3 Translationsachsen und eine Rotationsachse. Die Rotationsachse, die durch einen portablen Drehtisch gebildet wird, kann nur alternativ zur karthesischen y-Achse eingesetzt werden. Neben der digitalen Sichtanzeige der drei Koordinatenwerte eines Meßpunktes können diese Meßwerte satzweise über einen Drucker protokolliert und mittels Lochstreifenstanzer auf einen 8-Kanal-Lochstreifen übertragen werden. Die letztere Möglichkeit ist besonders dann interessant, wenn die gemessenen Laufradkonturen rechnerintern mit den vorgegebenen Sollkonturen verglichen oder aufgrund der gemessenen Istgeometrie Strömungsrechnungen durchgeführt werden sollen.

Im Fall der Versuchsräder 1 und 2 wurden die Istgeometrie der Laufradkanäle gemäß Bild 4.12 auf jeweils 4 Konturspuren meßtechnisch erfaßt.

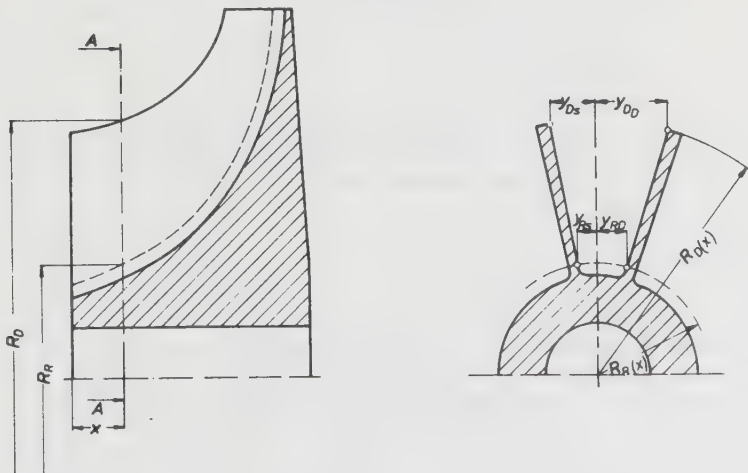


Bild 4.12: Meßlinien und Koordinaten

Bild 4.13a zeigt die rechnerisch ermittelte Zuordnung $y = y(x)$ der 4 definierten Meßspuren an der Sollgeometrie des Rades 2 mit der Austrittsbreite $b_2 = 10,0$ mm. Für jeden Meßpunkt wurde bei vorgegebenen Koordinaten x und R die zugehörige y -Koordinate der Istkontur gemessen. Im Bild 4.13b ist die örtlich relative Formabweichung Δy der 4 Meßspuren aufgetragen

$$\Delta y = \frac{y_{\text{Ist}} - y_{\text{Soll}}}{y_{\text{Soll}}}$$

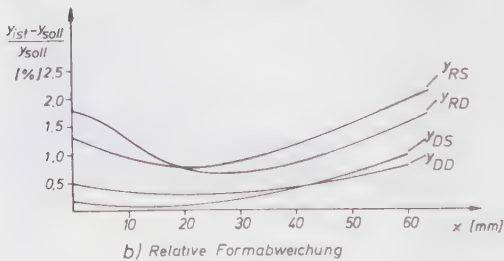
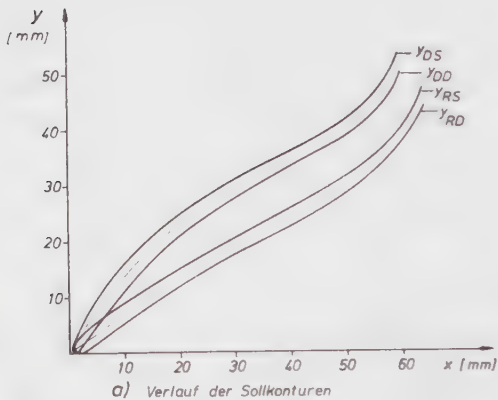


Bild 4.13: Sollkonturen und relative Formabweichungen

Hierbei handelt es sich um Mittelwerte, die aus der Vermessung von 4 Laufradkanälen bestimmt wurden. Einer kritischen Wertung der gemessenen Formabweichungen sei vorangestellt, daß im wesentlichen zwei Einflüsse als Ursache der Formfehler angesehen werden können.

Im Austrittsbereich mit großen Radien macht sich der Teilungsfehler besonders stark bemerkbar. Diese Fehlerart wirkt sich auf die Laufradströmung in der Weise aus, daß die einzelnen Kanäle nicht absolut identische Strömungsverhältnisse aufweisen. Bei einer Mittelung der Formabweichungen über alle Laufradkanäle verschwindet dieser relative Formfehler.

Eine getrennte Vermessung der Schaufelstärke (Sollmaß 3mm) zeigte Übermaße bis zu 0,3 mm. Die maximalen Übermaße wurden am Schaufelfuß gemessen. Auch hier muß das elastische Verhalten des relativ langen und dünnen Gesenkräfers und die ungünstigen Zerspanungsverhältnisse im Kanalgrund als Ursache dieser Formabweichung angesehen werden.

4.4 Experimentelle Untersuchung der Laufräder

Die experimentelle Untersuchung der ausgeführten Laufräder dient einzig und allein der Klärung folgender Sachverhalte:

- Die vergleichende Betrachtung der Kanalquerschnitts- und Relativgeschwindigkeitsverläufe der Testräder 1 und 2 (Bild 4.3 bis 4.10) zeigt, daß die Verläufe des Rades 1 gegenüber denen des Rades 2 bemerkenswerte Schwankungen, insbesondere im radialen Laufradbereich aufweisen. Die gleichförmigen Verläufe des Laufrades 2 sind durch die Gestaltungskriterien des rechnergestützten Verfahrens bedingt, während die Schwankungen in den Verläufen des Rades 1 durch die vorgegebene Geometrie des Ursprungslaufrades hervorgerufen werden.

Es wird erwartet, daß aufgrund dieser Feststellung in Laufrad 2 günstigere Strömungsverhältnisse vorliegen, die sich u.a. in einem verbesserten Wirkungsgrad niederschlagen. Die Versuche sollen zeigen, ob diese Erwartung berechtigt ist.

- Die durchgeführten Strömungsrechnungen an den Laufrädern 1 und 2 zeigen für die Abdrechstufen $b_2 \geq 10,0$ mm druckseitige Rückzonen. Sollten diese theoretisch ermittelten Rückströmungen auch in der realen Laufradströmung auftreten, so ist damit zu rechnen, daß sich innerhalb des Betriebsbereiches eines solchen Laufrades bei einem bestimmten Volumenstrom eine Kennlinienunstetigkeit zeigt. Ob diese Vermutung zutrifft, sollen die Versuche erweisen.
- In der Fachliteratur, z.B. [3], wird empfohlen, das Verzögerungsverhältnis w_2/w_1 der mittleren Relativgeschwindigkeit im Radiallaufrad nicht unter $w_2/w_1 = 0,7$ abzusinken. Dieses Kriterium wurde auch in den rechnergestützten Gestaltungsprozeß übernommen. Der angegebene Verzögerungsgrenzwert wird an beiden Laufrädern bei einer Austrittsbreite b_2 von ungefähr 10,5 mm erreicht. Auch dieses Kriterium soll anhand der Versuchsergebnisse überprüft werden.
- Schließlich soll die Untersuchung des schnellläufigen Testrades 3 die Frage beantworten, ob die nach dem Gestaltungsverfahren theoretisch optimierte Laufradgeometrie in der Praxis einen befriedigenden Wirkungsgrad erbringt.

4.4.1 Versuchsaufbau und -durchführung

Die meßtechnische Untersuchung der Radialverdichterlaufräder wurde auf einem Stufenprüfstand des Lehrstuhls für Fluidenergiemaschinen durchgeführt. Diese Versuchseinrichtung gestattet die Untersuchung von Radialverdichterstufen mit Laufradaußendurchmessern von 200 bis 400 mm (Abb. 4.14).

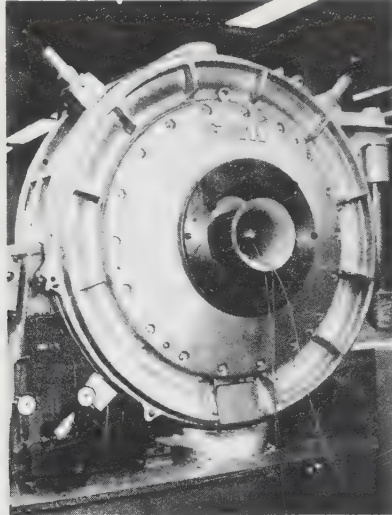


Bild 4.14: Versuchsstand zur Untersuchung von Radialverdichterstufen

Dabei können die Laufräder mit verschiedenen Diffusorbauarten (z.B. Plattendiffusoren, Spiraldiffusoren) kombiniert werden.

Der Einbau der Stufenelemente und der Meßtechnik erfolgt über einen frontseitig schwenkbaren Deckel, mit dem das Sammelgehäuse verschlossen wird. Der schwenkbare Deckel wird hydraulisch über Bolzen arretiert. Das Laufrad wird über eine Hirth-Verzahnung mit der Welle verspannt und zentriert und ist fliegend gelagert.

Der Antrieb des Läufers erfolgt durch einen drehzahlregelbaren 400 kW-Gleichstrompendelmotor mit nachgeschaltetem Planetengetriebe. Es kann eine maximale Laufraddrehzahl von ca. $30\,000\text{ min}^{-1}$ erreicht werden.

Zur Beherrschung dieser hohen Drehzahl bei gleichzeitig hohem Leistungsumsatz wurde ein spezieller Lagerträger entwickelt. Um biegekritische Drehfrequenzen im Betriebsbereich der Verdichterstufen zu vermeiden, wurde die Welle in zwei separat gelagerte Wellenabschnitte aufgeteilt, die über eine Bogenzahnkupplung verbunden sind.

Die Lagerung der Teilwellen erfolgt mittels vorgespannter, ölnebelgeschmierter Präzisionswälzlager. Die bei dieser Lageranordnung auftretenden Lagerverluste erwiesen sich in Relation zur Leistungsaufnahme der Verdichterräder als gering, so daß sie bei der Ermittlung des inneren Wirkungsgrades der Versuchsstufen vernachlässigt wurden und damit eine Sicherheit bei der Angabe des maximalen Wirkungsgrades vorliegt.

Die Laufräder wurden im Stufenprüfstand in Kombination mit einem parallelwandigen, unbeschaufelten Plattendiffusor untersucht. Diese Diffusorbauart wurde insbesondere deshalb gewählt, weil sie die Möglichkeit bietet, mit relativ geringem Arbeitsaufwand den veränderlichen Laufradaustrittsbreiten der vorgesehenen Abdrehstufen angepaßt zu werden. Bild 4.15 zeigt den entsprechenden Stufenaufbau.

Das Durchmesser Verhältnis des Plattendiffusors D_4/D_2 wurde

$$D_4/D_2 = 2.0$$

gewählt.

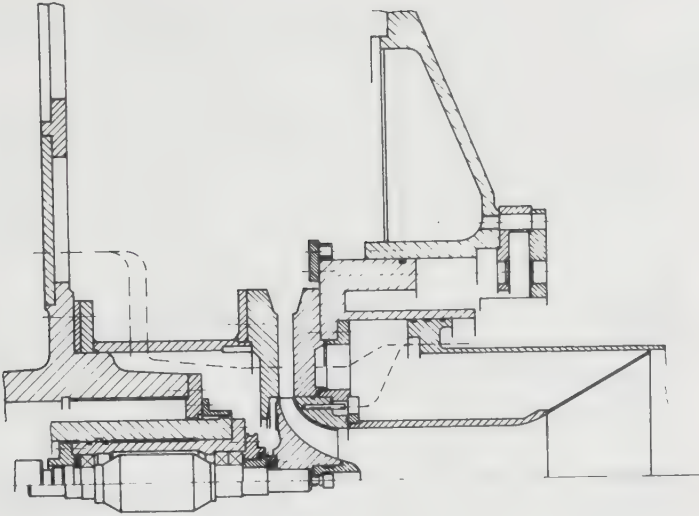


Bild 4.15: Aufbau der Versuchsstufe

Der Spalt zwischen Laufrad und der gehäusefesten Deckscheibenkontur wurde im Stillstand auf 0,6 mm (Laufrad 1 und 2) bzw. 1,0 mm (Laufrad 3) eingestellt.

Zur experimentellen Bestimmung der optimalen Laufradkontur wurden die deckscheibenseitigen Meridiankonturen gemäß Bild 4.2 stufenweise auf einer Kopierdrehmaschine abgedreht. Um auch bei diesem Fertigungsabschnitt ein hohes Maß an Formtreue zu erreichen, wurden die Kopierschablonen der einzelnen Abdrehschufen numerisch gefräst, wobei die Konturen durch ein sehr dichtes Punktmuster (Punktabstand 0,1 mm) nachgebildet wurden.

Für jede Abdrehschufe der beiden Versuchsräder wurden die Stufenkennlinien meßtechnisch erfaßt und mit Hilfe eines Rechners ausgewertet. Bei Laufrad 2 wurde auf die Abdrehschufe mit 15 mm Austrittsbreite verzichtet, da nach den Erfahrungen mit dem zunächst untersuchten Laufrad 1 bei dieser Stufe keine weitergehenden Erkenntnisse zu er-

warten waren.

Bild 4.16 zeigt die prinzipielle Schaltung und Meßstellenanordnung.

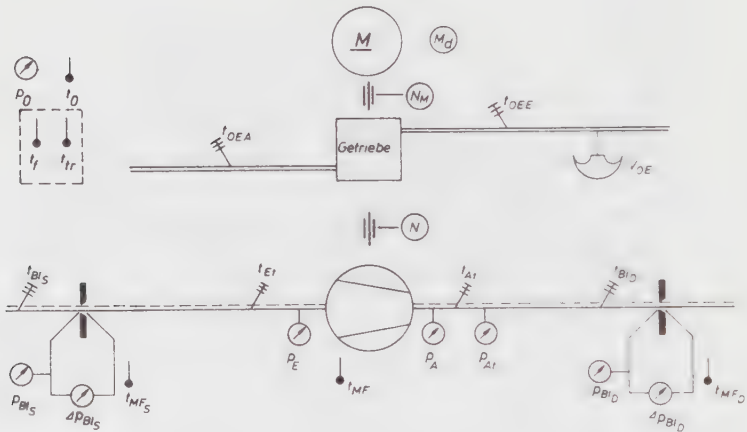


Bild 4.16: Meßstellenschema

Gemäß Abbildung 4.16 wird der Volumenstrom sowohl in der Saugleitung als auch in der Druckleitung mit jeweils einer Normblende gemessen. Diese zweifache Messung erlaubt eine Kontrolle der Meßwerte zur Durchflußbestimmung und beinhaltet die Möglichkeit aufgetretene nennenswerte Leckagen in der gesamten Meßstrecke zu erkennen. Die Ausbildung beider Durchflußmeßstrecken entspricht den Anforderungen der DIN 1952.

Die Berechnung der Meßtoleranz für die vorgegebenen Meßstrecken nach VDI 2040, Blatt 5 (Toleranz bei Dreifachmessung) ergab eine Gesamttoleranz $\tau_g = \pm 0.744 \%$. Damit liegen die Meßwerte über den gesamten Betriebsbereich der Verdichterstufe im Rahmen der zulässigen Toleranzen nach DIN 1952. Die Ermittlung des Volumenstromes aus den auf-

genommenen Meßwerten erfolgt nach den Berechnungsgrundlagen der DIN 1952 und nach VDI 2040 innerhalb eines Rechenprogrammes zur Kennfeldermittlung.

Die Leistungsberechnung geht von der Messung des Reaktionsmomentes am pendelnd gelagertem Antriebsmotor aus. Die Verlustleistung des zwischengeschalteten Planetengetriebes wird über die Wärmebilanz des zu- und abströmenden Getriebeöles bestimmt.

4.4.2 Darstellung der Versuchsergebnisse

Die Ergebnisse der experimentellen Stufenuntersuchungen werden in der Form dimensionsloser Kenngrößenfunktionen dargestellt. Für den adiabat angenommenen Prozeß der ungekühlten Verdichterstufe lautet die allgemeine implizite Kenngrößenfunktion

$$F_k (\varphi_D, \psi_y, \eta_{p0}, \kappa, Ma_u, Re_u, \text{Geometrie}) = 0 \quad (4.1)$$

Die Geometriekenngröße ist nur dann von Bedeutung, wenn ein Vergleich mit verschiedenen Stufengeometrien angestrebt wird. Dieser Fall liegt insbesondere bei den vorgesehenen Untersuchungen der Räder 1 und 2 mit den festgelegten Abdestufen vor. Da es sich hierbei um bestimmte diskrete Geometrieverhältnisse der Laufräder handelt, wird diese Kenngröße als fester Parameter jeder Abdestufe behandelt.

Der Isentropenexponent κ und die Reynoldszahl Re_u beeinträchtigen die Strömungsähnlichkeit in dem vorgesehenen Betriebsbereich der Versuchsstufen nur so unbedeutend, daß ihr Einfluß vernachlässigbar ist.

Die Machumfangszahl Ma_u wird über die Drehzahlsteuerung des Versuchsstandes konstant gehalten.

Aufgrund dieser Einschränkungen kann eine untersuchte Verdichterstufe durch folgende explizite Kenngrößenfunktion beschrieben werden:

$$\varphi_D = \frac{4 \cdot \dot{V}_1}{\pi \cdot D_2^2 u_2} \quad (\text{Durchflußzahl}) \quad (4.2)$$

$$\psi_y = \frac{y}{u_2^2/2} \quad (\text{Druckzahl}) \quad (4.3)$$

$$\eta_{pol} = \frac{y}{\Delta h} \quad (\text{polytropher Wirkungsgrad}) \quad (4.4)$$

Zur Berücksichtigung der kinetischen Energien am Ein- und Austritt der Verdichterstufe werden die Kenngrößen auf die jeweiligen Totalzustände bezogen:

$$\psi_{yt} = \frac{y_t}{u_2^2/2} = \frac{y + \frac{1}{2}(c_A^2 - c_E^2)}{u_2^2/2} \quad (4.5)$$

$$\eta_{polt} = \frac{y_t}{\Delta h_t} = \frac{y + \frac{1}{2}(c_A^2 - c_E^2)}{\Delta h + \frac{1}{2}(c_A^2 - c_E^2)} \quad (4.6)$$

Nach dem 1. Hauptsatz für adiabate Prozesse ist

$$a = \Delta h_t = \Delta h + \frac{1}{2}(c_A^2 - c_E^2) \quad (4.7)$$

Damit kann der totale polytrophe Wirkungsgrad wie folgt definiert werden:

$$\eta_{\text{pol}t} = \frac{y + \frac{1}{2} (c_A^2 - c_E^2)}{a} \quad (4.8)$$

Die spezifische technische Arbeit a ergibt sich aus der inneren Verdichterleistung P_i und dem durchgesetzten Massenstrom $\dot{m}$. Da die mechanischen Lagerverluste bei dem benutzten Versuchsstand wegen der eingesetzten Wälzlager vernachlässigbar gering sind, kann die innere Verdichterleistung P_i der Kupplungsleistung P_k näherungsweise gleichgesetzt werden.

Der totale polytrope Wirkungsgrad $\eta_{\text{pol}t}$ wird danach wie folgt definiert:

$$\eta_{\text{pol}t} = \frac{y + \frac{1}{2} (c_a^2 - c_E^2)}{P_k / \dot{m}}$$

Für den Kenngrößenvergleich der Testlaufräder 1 und 2 werden die aufgetragenen Wirkungsgradkurven auf den Bestpunkt des Laufrades 2 bezogen.

4.4.3 Diskussion der gemessenen Kennlinien im Zusammenhang mit den Gestaltungskriterien der Versuchslaufräder

4.4.3.1 Versuchslaufräder 1 und 2

In den Bildern 4.17 und 4.18 sind die bezogenen Wirkungsgradkennlinien $\eta_{\text{pol}} / \eta_{\text{pol opt}}$ über der bezogenen Durchfließzahl $\varphi_D / \varphi_{D \text{ opt}}$ aufgetragen. Bezugsgrößen $\eta_{\text{pol opt}}$ und $\varphi_{D \text{ opt}}$ sind die einander zugeordneten Kenngrößen im Bestpunkt des Laufrades 2 bei der Abdrechstufe $b_2 = 11.7 \text{ mm}$.

Bei Betrachtung der aufgetragenen Kennlinien der Räder 1 und 2 fallen zunächst die Instabilitäten im Teillastgebiet

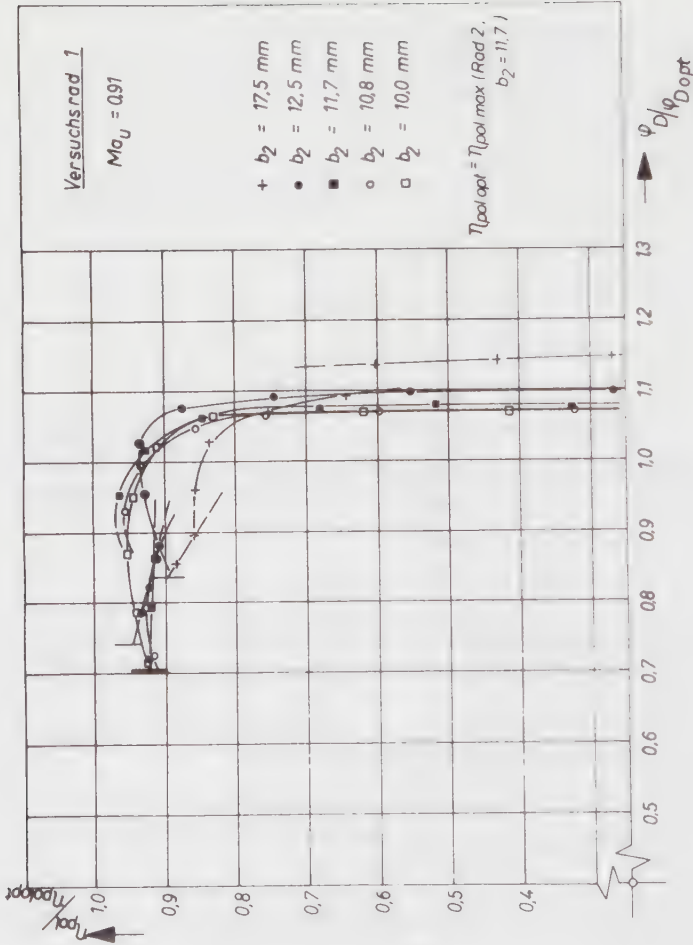


Bild 4.17: Bezogene Wirkungsgradkennlinie ($\eta_{\text{pol}} / \eta_{\text{pol,opt}} = f(\varphi_D / \varphi_{D,opt})$) Laufrad 1

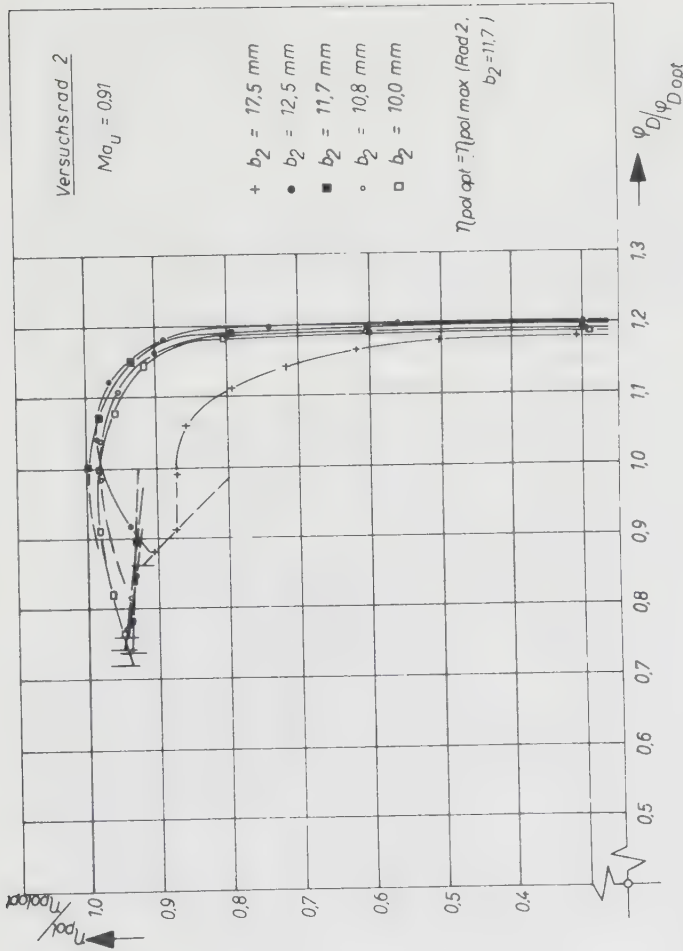


Bild 4.18: Bezogene Wirkungsgradkennlinie ($\eta_{pol}/\eta_{pol,opt} = f(\varphi_D/\varphi_{D,opt})$) Laufrad 2

auf, die für alle Abdrehsstufen $b_2 > 10.0$ mm ermittelt wurden.

Mit abnehmender Austrittsbreite b_2 bzw. ansteigender Relativgeschwindigkeit im Laufrad verlagern sich die Kennlinienunstetigkeiten in Richtung Pumpgrenze. Bei der Austrittsbreite $b_2 = 10,0$ mm liegen für Rad 1 und 2 stetige Kennlinienverläufe vor. Betrachtet man hierzu die druckseitigen Relativgeschwindigkeitsverläufe nach Bild 4.7 und 4.8, so stellt man bezüglich der theoretisch ermittelten Rückströmgebiete eine vergleichbare Tendenz fest. Mit abnehmender Austrittsbreite b_2 bzw. steigender Relativgeschwindigkeit verschieben sich die errechneten Rückströmbereiche in Richtung Laufradaustritt und sind bei $b_2 = 10.0$ mm nicht mehr vorhanden.

Danach scheint sich die Vermutung zu bestätigen, daß theoretisch ermittelte Rückströmgebiete in einer stark verzögerten realen Laufradströmung tatsächlich auftreten und zu Unstetigkeiten im Kennlinienverlauf einer Verdichterstufe führen können.

Die Kennlinie des Laufrades 1 mit der Abdrehsstufe $b_2 = 17.5$ mm zeigt außer im Teillastbereich noch eine Kennlinienunstetigkeit im Oberlastbereich.

Der Grund hierfür dürfte in Überschallgeschwindigkeiten an der Schaufelsaugseite im Laufradeintrittsbereich liegen. Diese Überschallgeschwindigkeiten, hervorgerufen durch den großen Volumendurchsatz in diesem Betriebsbereich und durch Fehlanströmungen der Schaufeleintrittskanten, führen im weiteren Verlauf zu Verdichtungsstößen und Grenzschichtablösungen. In welcher Weise dadurch auch die Wandgrenzschicht entlang der Schaufeldruckseite beeinflußt wird, ist unklar.

Die benutzten Strömungsrechnungsverfahren geben hierzu keine Auskunft, da sie nur für subsonische Strömungen anwendbar sind. Treten im Laufradkanal an irgendeiner Stelle Überschallgeschwindigkeiten auf, so ändert sich durch Vorzeichenwechsel der Diskriminanten der Typ der Bewegungs-

gleichung (2.105) von elliptisch auf hyperbolisch. Partielle Differentialgleichungen vom hyperbolischen Typ sind nach dem benutzten Differenzenverfahren nicht lösbar. Im Fall des Laufrades 1 mit der Austrittsbreite 17.5 mm werden im saugseitigen Eintrittsbereich des Laufrades Überschallgeschwindigkeiten der Strömung vom Rechenprogramm angezeigt. Das Programm wird jedoch nach dieser Anzeige abgebrochen.

Bei Laufrad 2 mit der Abdrehsstufe $b_2 = 17.5$ mm tritt dieser Fall nicht ein, da aufgrund des 2.5° steiler gewählten Schaufeleintrittswinkels β_1 einerseits eine Vergrößerung des effektiven Eintrittsquerschnittes verbunden ist und andererseits Fehlanströmungen im Überlastbereich weitgehend vermieden werden.

Während die Kennlinienstabilität bei der Abdrehsstufe $b_2 = 10.0$ mm für beide Versuchsräder ermittelt wurde, liegt der maximale Wirkungsgrad bei der Abdrehsstufe $b_2 = 11.7$ mm vor. Eine genaue Analyse dieser scheinbaren Diskrepanz ist nicht möglich, da es sich bei den gemessenen Kennlinien um Stufenkennlinien handelt, d.h. zur Aufschlüsselung der Verlusteffekte reichte nicht nur die Kenntnis laufradtypischer Verluste aus, sondern es müssen die Strömungsvorgänge und Verluste im Diffusor mit betrachtet werden. Es kann an dieser Stelle nur festgestellt werden, daß Kennlinienstabilität und maximaler Stufenwirkungsgrad nicht immer gleichzeitig erreichbar sind. In der Praxis wird man im allgemeinen der stabilen Betriebskennlinie den Vorzug geben und evtl. damit verbundene Wirkungsgradeinbußen in Kauf nehmen müssen. Im Bild 4.19 ist am Beispiel des Laufrades 1 die Abhängigkeit des Wirkungsgrades von der Geometrie der jeweiligen Abdrehsstufe aufgezeigt.

Die diskreten Zuordnungen von Stufenwirkungsgrad und Austrittsbreite der jeweils untersuchten Abdrehsstufen des Laufrades 1 wurden durch einen Kurvenzug verbunden, um die Tendenz zu verdeutlichen.

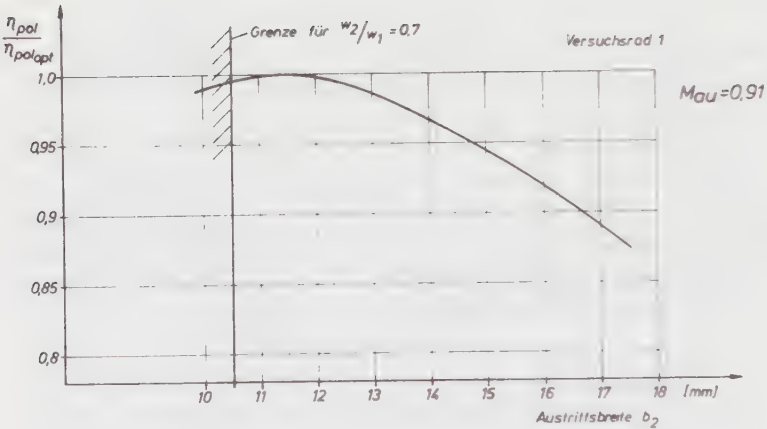


Bild 4.19: Zuordnung von Stufenwirkungsgrad und Laufrad-geometrie der untersuchten Abdrehtufen

Daraus läßt sich einerseits schließen, daß Abdrehtufen mit Austrittsbreiten $b_2 < 11.7$ mm Verschlechterungen des Stufenwirkungsgrades zur Folge haben. Andererseits wurde die theoretisch ermittelte Abdrehkantur bzw. Austrittsbreite eingezeichnet, bei der das in der Einleitung zu Abschnitt 4.4 erwähnte Kriterium $w_2/w_1 \geq 0.7$ seinen Grenzwert erreicht. Das Kriterium zur Vermeidung druckseitiger Rückströmungen und das Kriterium der relativen Verzögerungen $w_2/w_1 \geq 0.7$ führen bei Betrachtung der jeweiligen Grenzwerte zu nahezu gleichen Kanalverläufen.

Ihre Anwendung im Konstruktionsprozeß erweist sich daher als sinnvoll.

Um die Wirkung unterschiedlicher Kanalquerschnittsverläufe zu verdeutlichen, sollen die errechneten Verläufe von Kanalquerschnitt und mittlerer Relativgeschwindigkeit der Räder 1 und 2 mit der Austrittsbreite $b_2 = 10.0$ mm den

zugehörigen gemessenen Kennlinien gegenübergestellt werden.

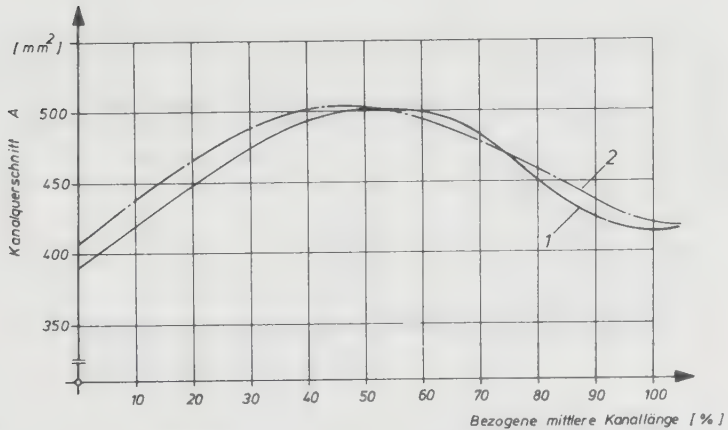


Bild 4.20: Kanalquerschnittsverläufe der Laufräder 1 und 2 für die Abdrechstufe $b_2 = 10.0 \text{ mm}$

Der um ca. 12% vergrößerte Betriebsbereich der Stufe mit dem Laufrad 2 in Richtung höherer Volumenströme ist auf den im Bild 4.20 erkennbaren größeren Eintrittsquerschnitt dieses Laufrades zurückzuführen. Diese Vergrößerung ergab sich durch den in der Optimierungsrechnung ermittelten größeren Eintrittswinkel β_1 .

Der Wirkungsgradverlauf der Stufe mit Laufrad 2 liegt im gesamten gemeinsam überdeckten Betriebsbereich über dem der Stufe mit Laufrad 1.

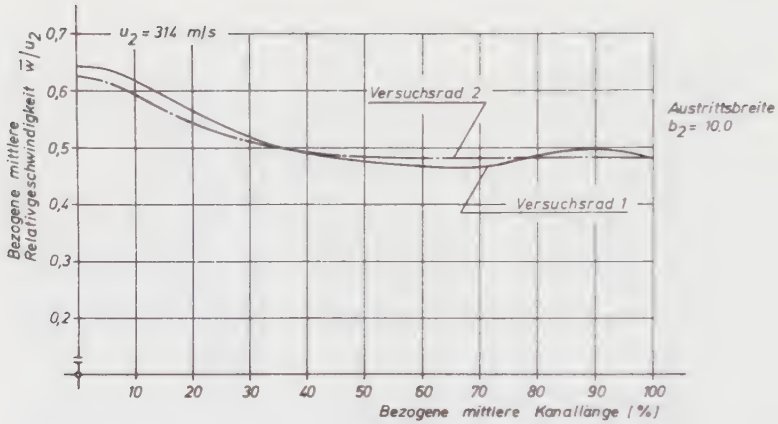


Bild 4.21: Verlauf der mittleren Relativgeschwindigkeit von Laufrad 1 und 2 für die Abdehstufe $b_2 = 10.0 \text{ mm}$

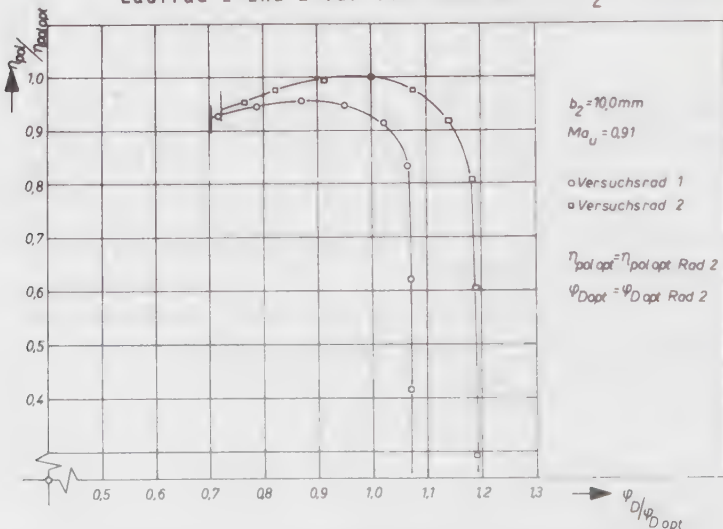


Bild 4.22: Normierte Wirkungsgradkennlinien der Laufräder 1 und 2 für die Austrittsbreite $b_2 = 10.0 \text{ mm}$

Daß der verbesserte Stufenwirkungsgrad mit Laufrad 2 auf die günstigere Kanalgestaltung bei diesem Rad zurückzuführen ist, soll folgende Überlegung bestätigen:

Für jeweils einen Kennlinienpunkt des Rades 1 und 2 ($b_2=11.7$) mit nahezu gleichem Wirkungsgrad wurde der statische Druckverlauf gemessen (Bild 4.23). Dem Kennlinienpunkt des Laufrades 2 ist jedoch, der allgemeinen Tendenz entsprechend, eine größere Durchflußzahl bzw. ein größerer Volumenstrom zugeordnet.

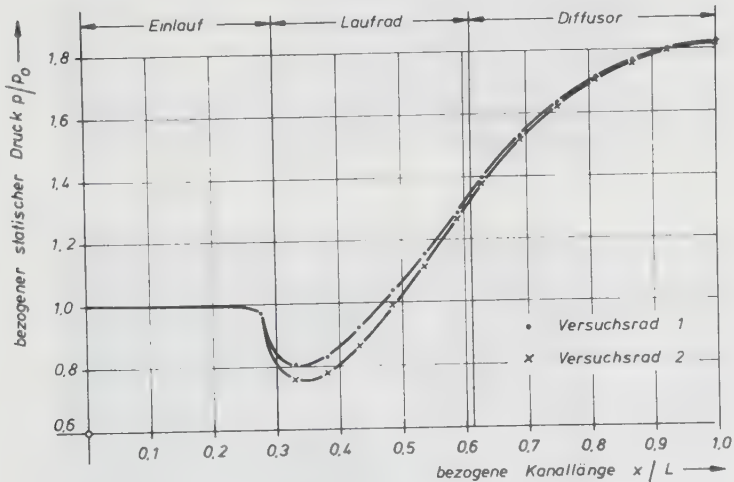


Bild 4.23: Vergleich der bezogenen statischen Druckverläufe

Die aufgetragenen Drücke wurden entlang des Einlaufrohres, der Laufraddeckscheibenkontur und der Diffusorscheiben gemessen und auf den Umgebungszustand bezogen.

Der größere Volumenstrom bei Laufrad 2 führt trotz der Erweiterung des Laufradeintrittsquerschnittes zu einer größeren Eintrittsgeschwindigkeit c_1 und einem geringeren Eintrittsdruck p_1 .

Würde der Umsatz reversibler Strömungsarbeit im Laufrad 2

gleich dem in Laufrad 1 sein, so würde der statische Druck am Laufrad- und Diffusoraustritt gegenüber dem bei Laufrad 1 abgesenkt werden. Die reversible Strömungsarbeit der Stufe mit Laufrad 2 würde damit verringert, was eine Minderung des polytropen Stufenwirkungsgrades zur Folge hätte.

Aus Bild 4.23 ist jedoch erkennbar, daß das statische Druckverhältnis zwischen Ein- und Austritt des Laufrades 2 größer ist als das des Laufrades 1, so daß am Austritt beider Laufräder und am Austritt des Diffusors wieder nahezu gleiche statische Drücke vorliegen.

Der gleiche Stufenwirkungsgrad bei unterschiedlichen Durchfließzahlen wird durch den relativ besseren Laufradwirkungsgrad des Laufrades 2 erreicht. Der relativ größere Umsatz reversibler Strömungsarbeit in Laufrad 2 ist der günstigeren Kanalgestaltung dieses Rades zuzuschreiben.

4.4.3.2 Versuchslaufrad 3

Versuchslaufrad 3, ein Verdichterlaufrad hoher Schnellläufigkeit, wurde zunächst, wie die Versuchsräder 1 und 2, mit einem parallelwandigen unbeschaukelten Plattendiffuser (Durchmesser Verhältnis $D/D_2 = 2.0$) im Versuchsstand gefahren.

Wie in der Einleitung zu Abschnitt 4.4 beschrieben wurde, sollte durch diese Untersuchung festgestellt werden, ob das entwickelte Konstruktionsverfahren und die darin enthaltenen Gestaltungskriterien auch bei Laufrädern höherer Schnellläufigkeit befriedigende Lösungen ergibt. Bild 4.24 zeigt das ausgeführte Laufrad. Die gerechnete Relativgeschwindigkeitsverteilung und der Kanalquerschnittsverlauf (Bild 4.10 b und 4.10 c) der ausgeführten Laufradgeometrie ließen eine günstige Laufradströmung erwarten. Durch die Meßergebnisse der Stufenuntersuchung (Bild 4.26) wurde diese Erwartung bestätigt. Als ergänzende Untersuchung wurde das Versuchsrاد 3 mit einem sog. Zwickeldiffuser ($D/D_2 = 3,6$) in der Versuchsstufe kombiniert und gemessen.

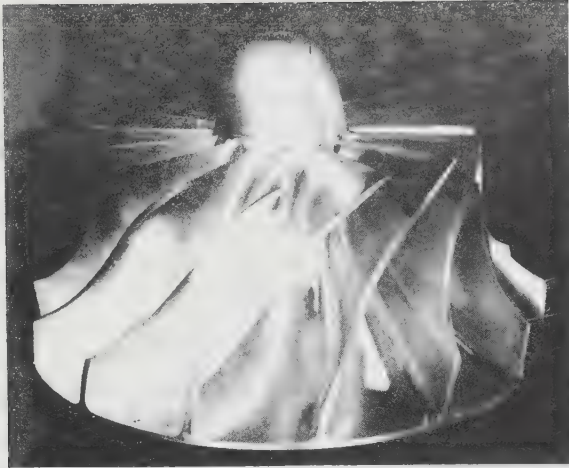


Bild 4.24: Versuchslaufrad 3

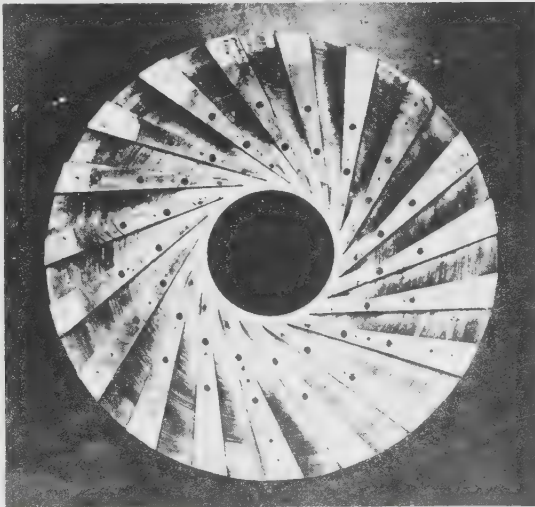


Bild 4.25: Zwickeldiffusor

Die Ergebnisse dieser Untersuchung sind ebenfalls in Form einer Wirkungsgradkennlinie der Stufe in Bild 4.26 aufgetragen.

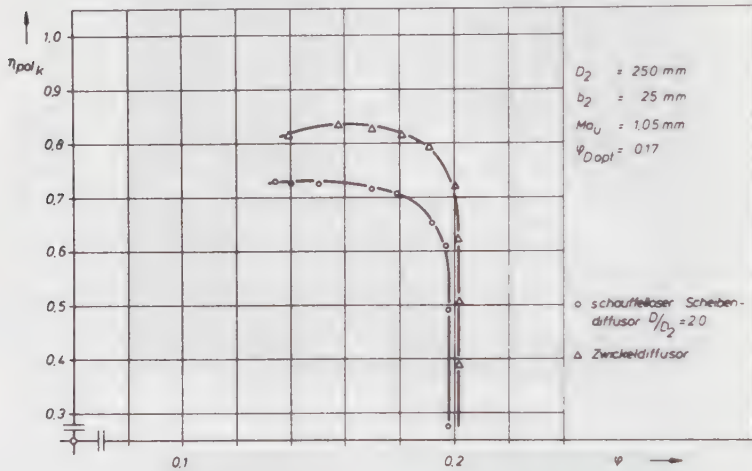


Bild 4.26: Stufenkennlinien (Versuchsrads 3)

Wie der Vergleich der beiden Kennlinien zeigt, ist mit einer geeigneten Diffusorbauart eine erhebliche Steigerung des Stufenwirkungsgrades möglich.

Allgemein ist festzustellen, daß auch Laufräder mit hoher Schnellläufigkeit bei gleichzeitig hoher Machzahl nach dem rechnergestützten Gestaltungsverfahren mit befriedigendem Wirkungsgrad entwickelt werden können.

4.4.4 Zusammenfassung

Es wurde ein Verfahren zur rechnergestützten Gestaltung und Fertigung von Radialverdichterlaufrädern vorgestellt. Nach diesem Verfahren wurden Testlaufräder konstruiert und gefertigt. Die meßtechnische Untersuchung dieser Laufräder im Stufenprüfstand hat gezeigt, daß das Gestaltungsver-

fahren und die darin enthaltenen Methoden und Kriterien geeignet sind, Laufräder mit befriedigenden Wirkungsgraden zu erzeugen.

Die besondere Bedeutung dieses Verfahrens liegt zunächst nicht unmittelbar in der strömungsgünstigen Gestaltung von Laufrädern, sondern in der Tatsache, daß die relativ komplizierte Geometrie von Radiallaufrädern mit räumlich verwundenen Schaufeln eindeutig numerisch beschrieben wird. Durch den direkten Datentransfer zwischen Laufradkonstruktion und NC-Fertigung treten nur geringe Formabweichungen auf. Damit wird es möglich, gezielte Laufrad- und Stufenuntersuchungen mit variierten geometrischen Parametern vorzunehmen. Bei den allgemeinen Formabweichungen, die bei konventioneller Laufradkonstruktion und -fertigung zwangsläufig auftreten, sind solche Parameterstudien nicht einwandfrei analysierbar, da sie von unbekannten Geometrieabweichungen überlagert werden. Bezüglich der Strömungsoptimierung innerhalb des Gestaltungsverfahrens sei folgende Feststellung getroffen:

Die verwendeten Strömungsrechnungsverfahren gehen von verlustfreien Strömungen im Laufrad aus. Diese Tatsache führt dazu, daß über die erwartete Wirkungsgradhöhe der konstruierten Laufräder nichts ausgesagt werden kann. Sofern in Zukunft Verfahren entwickelt werden, die den Reibungseinfluß auf die Laufradströmung berücksichtigen, läßt sich damit auch das Gestaltungsverfahren weiter verbessern. Eine weitere Verbesserung des Verfahrens könnte dadurch erreicht werden, daß der Einfluß des nachgeschalteten Diffusors auf die Laufradströmung in geeigneter Weise berücksichtigt wird.

5. Anhang

5.1 Zusammenstellung und Erläuterung der Kriterien zur Dimensionierung der Testlaufräder

Neuzeitliche Entwicklungsarbeiten an Radialverdichtern be-
fassen sich in zunehmenden Maße mit der hochbelasteten Ver-
dichterstufe. Hierunter versteht man eine Radialverdichter-
stufe mit relativ hohem Stufendruckverhältnis bei gleich-
zeitig großem Volumenstrom. Das hohe Druckverhältnis be-
dingt einen hohen Umsatz spez. technischer Arbeit a , was
wiederum hohe Umfangsgeschwindigkeiten u_2 am Laufradaußen-
durchmesser D_2 erfordert, wie aus der Eulergleichung für
ein drallfrei angeströmtes Laufrad mit radialendenden
Schaufeln deutlich wird.

$$a = u_2^2 \quad (5.1)$$

Begrenzt wird die Umfangsgeschwindigkeit u_2 und damit das
Stufendruckverhältnis Π durch die Belastbarkeit des Lauf-
werkstoffes gegenüber den auftretenden Fliehkraftbela-
stungen. Große Volumenströme erfordern weite Strömungs-
querschnitte, d.h. für das Laufrad große Schaufelhöhen bzw.
einen im Verhältnis zum Außendurchmesser D_2 großen Saug-
munddurchmesser D_1 . Die Gestaltung solcher Radiallauf-
räder mit hohem spez. Energieumsatz und großem Volumen-
strom wird nicht nur durch strömungstechnische und thermo-
dynamische Gesichtspunkte geprägt, sondern im erheblichen
Maße durch festigkeitsmechanische, dynamische und ferti-
gungstechnische Kriterien bestimmt.

Nachfolgend sollen einige Gesichtspunkte für die Dimen-
sionierung wesentlicher Laufradabmessungen erläutert
werden, die im Rahmen dieser Arbeit zur Gestaltung der
Testlaufräder benutzt wurden.

Es geht dabei um die Bemessung folgender Größen:

- Außendurchmesser D_2
- Schaufelwinkel am Austritt β_2
- Schaufelhöhe am Austritt b_2
- Schaufelzahl z
- Schaufelstärke s
- Nabendurchmesser D_N
- axiale Erstreckung des Laufradkanals L_N
- Saugmünddurchmesser D_1
- Schaufelwinkel am Eintritt β_1 bzw. Winkelverlauf $\beta_1(r)$

5.1.1 Laufradaußendurchmesser D_2

Der Laufradaußendurchmesser D_2 ist eine Geometriegröße die besonders eng mit den vorgegebenen Auslegungsdaten verknüpft ist. Auslegungsdaten sind im allgemeinen

- der Volumenstrom $\dot{V}_{1t}$ am Laufradeintritt bezogen auf den Total- oder Ruhezustand
- Das Stufendruckverhältnis Π
- die Laufraddrehzahl N
- der Ansaugzustand mit der Temperatur T_0 und dem Druck p_0
- die Gasart, repräsentiert durch den Isentropenexponent κ und die Gaskonstante R , sowie bei realen Gasen durch den Realgasfaktor Z .

Zu diesen thermodynamischen Ausgangsdaten können die Kennwerte des vorgesehenen Laufradwerkstoffes, konstruktive und fertigungstechnische Vorgabebedingungen usw. kommen. Außerdem sind Vorstellungen über die Größenordnung des erwartbaren Stufen- bzw. Laufradwirkungsgrades und die Aufteilung der Druckumsetzung im Laufrad und Diffusor (Reaktionsgrad) notwendig.

Im allgemeinen Fall der Verdichterauslegung wird aus den Größen $\dot{V}_{1t}$, Π und N zunächst die dimensionslose Schnellauf-

zahl σ gebildet:

$$\sigma = \frac{N \cdot \dot{V}_{1t}}{y^{\frac{3}{4}}} \cdot (2 \cdot \pi^2)^{\frac{1}{4}} \quad (5.2)$$

Darin ist die reversible Strömungsarbeit y für ein ideales Gas

$$y = \frac{n}{n-1} \cdot R \cdot T_0 \cdot \left(\pi^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right) \quad (5.3)$$

Der Polytropenexponent n ist bei Annahme einer adiabaten Prozeßführung

$$n = \frac{\kappa \cdot \eta_{pol}}{1 + \kappa \cdot (\eta_{pol} - 1)} \quad (5.4)$$

Darin ist η_{pol} der abgeschätzte polytrophe Stufenwirkungsgrad.

Aus dem sogenannten CORDIER-Diagramm kann mit der Schnelllaufzahl σ einerseits die Laufradform (radial, diagonal, axial) bestimmt werden, andererseits kann die Durchmesserzahl δ

$$\delta = \frac{D_2 \cdot y^{\frac{1}{4}}}{\dot{V}_{1t}} \cdot \left(\frac{\pi^2}{8} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (5.5)$$

in einer Größenordnung festgelegt werden, die einen befriedigenden Stufenwirkungsgrad η_{pol} erwarten läßt.

Aus

$$D_2 = \delta \cdot \frac{\dot{V}_{1t}}{y^{\frac{1}{4}}} \cdot \left(\frac{8}{\pi^2} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (5.6)$$

kann D_2 als erste Abschätzung ermittelt werden.

Mit der Drehzahl N und dem Außendurchmesser D_2 liegt die Umfangsgeschwindigkeit u_2 zunächst fest.

Es muß später geprüft werden, ob die im Zusammenhang mit der Umfangsgeschwindigkeit u_2 auftretende Fliehkraftbeanspruchung innerhalb der zulässigen Werkstoffbelastung liegt und ob das geforderte Stufendruckverhältnis Π mit dem festgelegten u_2 erreicht wird.

Bei der Entwicklung der Standardreihen für hochbelastete Verdichterstufen wird in der Regel von Kennzahlen als Auslegungsdaten ausgegangen. Dabei werden allgemein die folgenden Kennzahlen zur Stufenkennzeichnung benutzt:

Durchflußzahl φ_D

$$\varphi_D = \frac{4 \cdot \dot{V}_{1t}}{\Pi \cdot D_2^2 \cdot u_2} \quad (5.7)$$

Darin wird der Volumenstrom $\dot{V}_{1t}$ am Laufradeintritt mit der Geometriegröße D_2 und der Umfangsgeschwindigkeit u_2 gekoppelt.

Druckzahl ψ_y

$$\psi_y = \frac{y}{u_2^2/2} \quad (5.8)$$

Diese Kennzahl verbindet die spez. reversible Strömungsarbeit y und damit indirekt das Stufendruckverhältnis Π mit der Umfangsgeschwindigkeit u_2 .

Machumfangszahl Ma_{u_0}

$$Ma_{u_0} = \frac{u_2}{a_{s_0}} = \frac{u_2}{\sqrt{\kappa \cdot R \cdot T_0}} \quad (5.9)$$

Durch diese Kennzahl wird der Ansaugzustand und die Gasart mit der Umfangsgeschwindigkeit u_2 verknüpft.

Soll nun in der Verdichterstufe zur Minimierung des Bauaufwandes ein möglichst hohes Druckverhältnis erzielt werden, so muß vom Laufrad eine entsprechend hohe spezifische technische Arbeit a auf das Fluid übertragen werden. Die hierzu notwendige hohe Umfangsgeschwindigkeit u_2 wird, wie bereits erwähnt, durch die Werkstofffestigkeit gegenüber der auftretenden Fliehkraftbelastung begrenzt.

Bei Laufrädern mit hohen Umfangsgeschwindigkeiten ist es daher sinnvoll, die Umfangsgeschwindigkeit u_2 vorzugeben, die aufgrund von Vergleichsbetrachtungen mit ähnlichen ausgeführten Laufrädern oder durch überschlägige Festigkeitsrechnungen, dem Laufradwerkstoff noch zuträglich ist.

In Verbindung mit der vorgesehenen Gasart und dem angenommenen durchschnittlichen Ansaugzustand bedeutet die Vorgabe von u_2 die Vorgabe der Machumfangszahl Ma_{u_0} .

Zur angestrebten Kompaktbauweise der Verdichterstufe ist es notwendig, den Laufradaußendurchmesser D_2 möglichst gering zu halten. Es wird daher ein Radiallaufrad mit einer möglichst hohen Schnellläufigkeit, d.h. mit einer möglichst großen Durchfließzahl φ_D angestrebt.

Die Grenze zwischen der radialen und der halbaxialen Laufradbauform kann bei ca.

$$\varphi_D \approx 0.17 \text{ ./}. 0.19$$

angesetzt werden.

Bei Vorgabe der Kennzahlen φ_D und Ma_u , sowie des Ansaugzustandes und der Gasart, repräsentiert durch die Schallgeschwindigkeit a_{s_0}

$$a_{s_0} = \sqrt{K \cdot R \cdot T_0} \quad (5.10)$$

ist nach Gleichung 5.3 und 5.4 der Außendurchmesser D_2 direkt mit dem Volumenstrom $\dot{V}_{1t}$ gekoppelt.

$$D_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot \dot{V}_{1t}}{\pi \cdot a_{s_0} \cdot Ma_{u_0} \cdot \varphi_D}} \quad (5.11)$$

Bei der Entwicklung von Verdichtertypenreihen wird aus Gründen der Normung und Rationalisierung nur eine diskrete Zahl verschiedener Laufraddurchmesser zugelassen. Die Auswahl der Normdurchmesser erfolgt im allgemeine so, daß die einzelnen Durchmesserstufen den gerundeten Gliedern einer dezimal-geometrischen Reihe nach DIN 323 entsprechen. Für Laufradaußendurchmesser kommt hauptsächlich die Reihe R 10 (Stufensprung $\sqrt[10]{10} \approx 1.25$) und die Reihe R 20 (Stufensprung $\sqrt[20]{10} \approx 1.12$) in Frage.

5.1.2 Schaufelaustrittswinkel β_2

Die Definition des Schaufelaustrittswinkels β_2 ergibt sich aus Bild 5.1

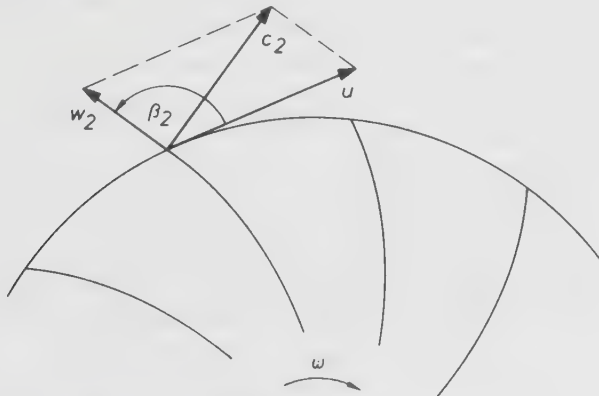


Bild 5.1: Geschwindigkeitsdreieck am Laufradaustritt

Sieht man einmal von dem für Ventilatoren üblichen Austrittswinkel $\beta_2 < 90^\circ$ ab, bei dem im Laufrad mehr als die Hälfte der zugeführten spez. technischen Arbeit in kinetische Energie umgewandelt wird, so ergibt ein Laufrad mit radialendenden Schaufeln ($\beta_2 = 90^\circ$) das Maximum übertragener spez. technischer Arbeit a und damit die maximale spez. Stufenbelastung bei vorgegebener Umfangsgeschwindigkeit u_2 .

Als weiterer Vorteil der sogenannten 90° -Räder ist die Tatsache anzusehen, daß die am Laufradaustritt radialstehenden Schaufeln keine Fliehkraftbiegung erfahren. Dadurch liegen die Spannungen am Schaufelfuß und die Dehnungen am Schaufelkopf niedriger als dieses bei gleicher Umfangsgeschwindigkeit u_2 an einer Schaufel mit dem Austrittswinkel $\beta_2 \neq 90^\circ$ gegeben ist.

Gegenüber einer Stufe mit rückwärts gekrümmten Laufschaufeln ($\beta_2 > 90^\circ$) hat die Stufe mit radialendenden Laufschaufeln den Nachteil des geringeren Reaktionsgrades. Dieser ist theoretisch unter vereinfachten Annahmen für $\beta_2 = 90^\circ \rightarrow \rho_h = 0.5$ und $\beta_2 > 90^\circ \rightarrow \rho_h > 0.5$.

Daraus ergibt sich, daß in Laufrädern mit $\beta_2 = 90^\circ$ ein geringerer Anteil zugeführter Energie in die gewünschte potentielle Energie überführt wird als in einem Laufrad mit rückwärtsgekrümmten Schaufeln. Um die vorgegebene reversible Strömungsarbeit y bzw. das vorgegebene Stufen-druckverhältnis π zu erzielen muß bei einem 90° -Rad ein höherer Betrag kinetischer Energie im raumfesten Diffusor in potentielle Energie umgesetzt werden. Der polytrope Wirkungsgrad des Diffusors ist im allgemeinen geringer als der des Laufrades. Somit führt der höhere Energieumsatz im Diffusor einer Stufe mit einem 90° -Laufrad zu einem geringeren Stufenwirkungsgrad als dieses bei einer Stufe mit rückwärtsgekrümmten Laufschaufeln gegeben ist.

Ein weiterer Nachteil der radialendenden Laufschaufeln zeigt sich im Betriebsverhalten der Verdichterstufe. Der stabile Betriebsbereich ist in der Regel schmaler als bei Stufen mit rückwärtsgekrümmten Laufschaufeln. Im Auslegungsstadium sind daher diese Kriterien bei der Festlegung des Austrittswinkels β_2 der Laufradschaufel gegeneinander abzuwägen.

Für Verdichterstufen hoher Schnellläufigkeit kommen im allgemeinen Winkel von $90^\circ \leq \beta_2 \leq 110^\circ$ infrage.

5.1.3 Schaufelhöhe am Austritt b_2

Zur Dimensionierung der Laufradaustrittsbreite bzw. der Schaufelhöhe am Laufradaustritt b_2 werden in der Verdichterlandliteratur in der Regel Verzögerungsverhältnisse der meridionalen Absolutgeschwindigkeitskomponenten c_{2m}/c_{1m} bzw. der mittleren Relativgeschwindigkeit $\bar{w}_2/\bar{w}_1$ angegeben. Diese Kriterien, die im allgemeinen einer eindimensionalen Betrachtung der Laufradströmung entstammen, erweisen sich insbesondere bei der Auslegung hochbelasteter, schnellläufiger Verdichterlandräder als unbefriedigend, da in den hohen Laufradkanälen mit verwundenen Kanalwänden und großem Einfluß der Umfangsgeschwindigkeit u eine ausgeprägte dreidimensionale Strömung vorliegt.

Da dreidimensionale Strömungsmodelle selbst für reibungsfreie Ansätze außerordentlich schwierig zu handhaben sind, liegt es nahe, vereinfachte zweidimensionale Ansätze zu benutzen, die insbesondere den Einfluß der Laufradrotationen auf die Verteilung der Relativgeschwindigkeit im Laufradkanal näherungsweise erfassen und eine zutreffendere Dimensionierung der Laufradaustrittsbreite gewährleisten.

Dazu wird eine mittlere Stromschicht im Laufradkanal gemäß Bild 5.2 betrachtet und angenommen, daß senkrecht zu

dieser Stromschicht keine allzu steilen Druck- und Geschwindigkeitsgradienten vorliegen.

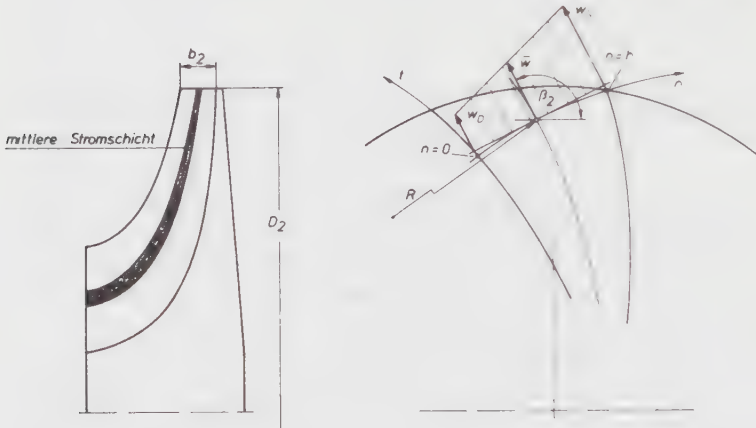


Bild 5.2: Darstellung der mittleren Kanalstromschicht

Im Austrittsbereich des Radiallaufrades soll die Strömung als reibungsfreie, ebene und schaufelkongruente Rotationsströmung betrachtet werden.

Für dieses idealisierte Strömungsmodell lautet die Bewegungsgleichung in Richtung der Stromliniennormalen n:

$$\frac{\partial w}{\partial n} = 2 \cdot \omega \cdot \sin \delta - \frac{w}{R} \quad (5.12)$$

Der Steigungswinkel δ kann im betrachteten Austrittsbereich des Radiallaufrades $\delta \approx 90^\circ$ gesetzt werden. Wird zwischen der Stromlinienkrümmung $1/R$ und der Stromliniennormalen n eine funktionale Abhängigkeit erklärt, so kann die Gleichung 5.12 über eine Integration geschlossen ge-

öst werden.

$$w = w_0 \cdot e^{-\int_0^h \frac{dn}{R}} + 2 \cdot \omega \cdot e^{-\int_0^h \frac{dn}{R}} \cdot \int_0^h e^{\int_0^n \frac{dn}{R}} \cdot dn \quad (5.13)$$

Zwischen dem Krümmungsradius R_0 an der Stelle $n = 0$ (Druckseite) und R_h an der Stelle $n = h$ (Saugseite) soll ein linearer Zusammenhang zwischen $1/R$ und n angenommen werden.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_0} + \frac{R_0 - R_h}{h \cdot R_0 \cdot R_h} \cdot n \quad (5.14)$$

Wird weitergehend angenommen, daß $R_0 \gg h$ ist, ergibt die Integration der Gleichung 2.13 die folgende Näherungsbeziehung

$$w_s \approx \frac{1}{B} \cdot (w_D + 2 \cdot c \cdot \omega \cdot h) \quad (5.15)$$

Darin ist

$$B \approx 1 + \frac{h}{Z} \cdot \frac{R_0 + R_h}{R_0 \cdot R_h} \quad (5.16)$$

$$C \approx 1 + \frac{h}{6} \cdot \frac{R_0 + 2 \cdot R_h}{R_0 \cdot R_h} \quad (5.17)$$

w_s = Relativgeschwindigkeit an der Saugseite

w_D = Relativgeschwindigkeit an der Druckseite

Zur weiteren Behandlung wird die über die Kontinuitätsgleichung gemittelte Relativgeschwindigkeit $\bar{w}_2$ am Austritt

$$\bar{w}_2 = \frac{\dot{V}_2}{z \cdot b_2 \cdot h_2} \quad (5.18)$$

eingeführt und darüberhinaus eine lineare Verteilung der Relativgeschwindigkeit zwischen Schaufeldruck- und -saugseite angenommen.

In Gleichung 5.18 ist

- $\dot{V}_2$ = Volumenstrom am Austrittsquerschnitt
- b_2 = Austrittsbreite bzw. Schaufelhöhe am Austritt
- h_2 = Länge der Stromliniennormalen am Austritt
- z = Schaufelzahl des Laufrades

Ist der Krümmungsunterschied zwischen Schaufeldruck- und -saugseite nur gering, so ist unter Verwendung von $R \gg h$ (B und C konvergieren in diesem Fall gegen 1):

$$w_{S2} = \bar{w}_2 + \omega \cdot h_2 \quad (5.19)$$

$$w_{D2} = w_2 - \omega \cdot h_2 \quad (5.20)$$

Die Länge der Stromliniennormalen h_2 ist näherungsweise

$$h_2 \approx \frac{D_2 \cdot \pi}{z \cdot k_{s2} \cdot \sin(180^\circ - \beta_2)} \quad (5.21)$$

Darin ist k_{s2} der sogenannte Verengungsfaktor am Austritt der die Schaufelteilung ins Verhältnis zur freien Kanalweite setzt.

$$k_{s2} = \frac{D_2 \cdot \pi}{D_2 \cdot \pi - \frac{z \cdot s}{\sin(180 - \beta_2)}} \quad (5.22)$$

Die Schaufelzahl z in den Gleichungen 5.18, 5.21 und 5.22 sei zunächst als bekannt angenommen. Auf ihre Bestimmung wird im nachfolgenden Abschnitt 5.1.4 eingegangen, da sie sich im wesentlichen auf Überlegungen zur Dimensio-

nierung der Austrittsbreite b_2 stützt. Es wird sich jedoch zeigen, daß sich die Schaufelzahl z in der Auslegungsrechnung vor der Bestimmung von b_2 festlegen läßt.

Für die Relativgeschwindigkeiten an der Saug- und Druckseite des Laufradkanals am Austritt erhält man folgende Beziehungen:

$$w_{s2} = \bar{w}_2 + 2 \cdot \pi \cdot \frac{u_2}{k_{s2} \cdot z \cdot \sin(180^\circ - \beta_2)} \quad (5.23)$$

$$w_{D2} = \bar{w}_2 - 2 \cdot \pi \cdot \frac{u_2}{k_{s2} \cdot z \cdot \sin(180^\circ - \beta_2)} \quad (5.24)$$

Der 2. Term in beiden Gleichungen ist gleich dem Geschwindigkeitsanteil des sogenannten Relativwirbels, der der Hauptströmung im Laufradkanal überlagert ist.

Die Diskussion der beiden Gleichungen führt zu zwei Dimensionierungskriterien der Austrittsbreite b_2 .

Wird der Geschwindigkeitsanteil des Relativwirbels in der Gleichung 5.24 größer als die mittlere Relativgeschwindigkeit $\bar{w}$, so wird die Relativgeschwindigkeit an der Schaufeldruckseite

$$w_D < 0$$

d.h. es liegt theoretisch ein Rückströmen im betrachteten Kanalbereich vor.

Wenngleich betont werden muß, daß im wandnahen Strömungsgebiet bei realen Fluiden die Annahme der reibungsfreien ebenen Rotationsströmung nicht zutreffend ist, so kann dennoch auf eine ungünstige Laufraddimensionierung geschlossen werden, wenn die vereinfachte Rechnung dieses

theoretische Rückströmen zeigt.

Soll also theoretisches Rückströmen an der Druckseite ausgeschlossen werden, so gilt

$$w_{D2} = \bar{w}_2 - 2 \cdot \pi \cdot \frac{u_2}{k_{s2} \cdot z \cdot \sin(180^\circ - \beta_2)} \geq 0 \quad (5.25)$$

Unter Benutzung der Gleichungen 5.18, 5.21 und 5.22 ist:

$$\frac{\dot{V}_2 \cdot k_{s2} \cdot z \cdot \sin(180^\circ - \beta_2)}{z \cdot b_2 \cdot D_2 \cdot \pi} \geq 2 \cdot \pi \cdot \frac{u_2}{k_{s2} \cdot z \cdot \sin(180^\circ - \beta_2)} \quad (5.26)$$

Für die polytrope Zustandänderung eines idealen Gases ist

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 \cdot \pi^{\frac{1}{\bar{n}}} \quad (5.27)$$

mit $\dot{V}_1$ = Volumenstrom am Laufradeintritt

π = Druckverhältnis im Laufrad

$\bar{n}$ = mittlerer Polytropenexponent der Zustandsänderung im Laufrad

Wird an dieser Stelle die Durchflußzahl ϕ_D nach Gleichung 5.7 eingeführt, so kann $\dot{V}_1$ eliminiert werden. Es ist jedoch zu beachten, daß ϕ_D auf den Volumenstrom $\dot{V}_{1t}$ bezogen ist und somit noch ein Zusammenhang zwischen Ruhezustand (Totalzustand) und dem statischen Zustand am Laufradeintritt hergestellt werden muß.

Bei Annahme einer isentropen Zustandsänderung zwischen der ruhenden Umgebung und dem Laufradeintritt ist

$$\frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_{1t}} = \frac{1}{\left(1 - \frac{\kappa-1}{2} \cdot \frac{\bar{c}_1^2}{a_{s_0}^2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}} = k_V \quad (5.28)$$

Da die mittlere Absolutgeschwindigkeit $\bar{c}_1$ am Laufradeintritt ihrerseits von $\dot{V}_1$ und dem noch unbekannten Kanalquerschnitt des Laufradeintrittes abhängt, muß der Volumenfaktor k_V zunächst abgeschätzt werden.

Wird unter Einführung von φ_D die Gleichung 5.26 nach b_2 aufgelöst, so ergibt sich:

$$b_{2wD} = \frac{k_V \cdot k_{s_2}^2 \cdot D_2^2 \cdot \varphi_D \cdot z \cdot \sin^2(180^\circ - \beta_2)}{8 \cdot \pi \cdot \sqrt[n]{\frac{1}{n}}} \quad (5.29)$$

Die Dimensionierungsgleichung beruht, wie eingangs erläutert, auf einem vereinfachten, reibungsfreien zweidimensionalen Ansatz. In der realen Kanalströmung des Laufrades bilden sich an den Kanalwänden Grenzschichten aus, die den freien Querschnitt der Kernströmung einengen und zu einer Steigerung der mittleren Relativgeschwindigkeit $\bar{w}$ führen.

Nach vereinfachten Grenzschichtrechnungen an schnellläufigen Radialverdichterlaufrädern kann durch die Ausbildung von Strömungsgrenzschichten entlang der Kanalwände am Laufradaustritt mit einer Einengung des freien Strömungsquerschnittes gegenüber dem geometrischen Querschnitt von 10% bis 15% gerechnet werden.

Dieser Einfluß kann bezüglich der Bestimmung der Austrittsbreite b_2 durch einen Grenzschichtfaktor K_G berücksichtigt werden der in grober Abschätzung mit

$$k_G \approx 1.10 \text{ } ./\text{ } 1.15$$

angenommen werden kann.

Damit wird

$$b_{2wD} = \frac{k_G \cdot k_V \cdot k_{s2}^2 \cdot D_2 \cdot D \cdot z \cdot \sin(180^\circ - \beta_2)}{8 \cdot \pi \cdot \pi^{\frac{1}{n}}} \quad (5.30)$$

Die saugseitige Relativgeschwindigkeit am Laufradaustritt w_{s2} resultiert nach Gleichung 2.19 aus der Summe der mittleren Relativgeschwindigkeit $\bar{w}_2$ und dem Geschwindigkeitsanteil des Relativwirbels

$$w_{s2} = \bar{w}_2 + \omega \cdot h_2 \quad (5.19)$$

Insbesondere bei schnellläufigen, hochbelasteten Radiallaufrädern ist wegen des relativ großen Volumenstroms und der notwendig hohen Drehfrequenz ω die Gefahr gegeben, daß die saugseitige Relativgeschwindigkeit w_{s2} in dem Bereich der örtlichen Schallgeschwindigkeit a_{s2} liegt. Schallnahe Relativgeschwindigkeiten beinhalten die Möglichkeit von Verdichtungsstößen in deren Folge sich dissipative Verluste und Grenzschichtablösungen ergeben, wobei letztere zu einer Verengung des freien Strömungsquerschnittes führen.

Sollen diese negativen Wirkungen vermieden werden, so muß die Relativgeschwindigkeit w_{s2} auf einen Sicherheitsabstand zur örtlichen Schallgeschwindigkeit a_{s2} begrenzt werden.

Die kritische Machzahl Ma_{w2}^* der Relativgeschwindigkeit w_2 am Austritt sollte in der Größenordnung

$$Ma_{w_2}^* = 0.8 \quad ./. \quad 0.9$$

liegen.

Damit wird

$$w_{s_2} \leq Ma_{w_2}^* \cdot a_{s_2} \quad (5.31)$$

Die Schallgeschwindigkeit a_{s_2} ist bei Annahme eines idealen Gases und einer polytropen Zustandsänderung im Laufrad

$$a_{s_2} = a_{s_1} \cdot \sqrt[n]{\frac{\pi-1}{2 \cdot n}} \quad (5.32)$$

Unter Benutzung der Beziehung für die mittlere Relativgeschwindigkeit $\bar{w}_2$

$$\bar{w}_2 = \frac{k_v \cdot k_{s_2} \cdot \varphi_D \cdot D_2 \cdot \sin(180^\circ - \beta_2)}{4 \cdot b_2 \cdot \sqrt[n]{\frac{1}{n}}} \cdot u_2 \quad (5.33)$$

ergibt sich durch Einsetzen in die Ausgangsgleichung 5.19

$$Ma_{w_2}^* \cdot a_{s_1} \cdot \sqrt[n]{\frac{\pi-1}{2 \cdot n}} \geq \frac{k_v \cdot k_{s_2} \cdot \varphi_D \cdot D_2 \cdot \sin(180^\circ - \beta_2)}{4 \cdot b_2 \cdot \sqrt[n]{\frac{1}{n}}} \cdot u_2 + \frac{2 \cdot \pi \cdot u_2}{k_{s_2} \cdot z \cdot \sin(180^\circ - \beta_2)} \quad (5.34)$$

Wird in diese Gleichung die Definition der Machumfanzahl Ma_u

$$Ma_u = \frac{u_2}{a_{s1}}$$

eingeführt und nach b_2 aufgelöst, so ergibt sich eine Dimensionierungsvorschrift für b_{2ws} .

Diese Vorschrift soll ebenfalls die Einengung des freien Strömungsquerschnittes durch den Einfluß der Wandgrenzschichten über den Grenzschichtfaktor k_G beinhalten.

Damit wird

$$b_{2ws} = \frac{k_G \cdot k_{s2} \cdot k_V \cdot \varphi_D \cdot D_2 \cdot \sin(180^\circ - \beta_2)}{4 \cdot \sqrt[n]{\frac{1}{Ma_u}} \cdot \left[\frac{Ma_{w2}^*}{Ma_u} \cdot \sqrt[n]{\frac{\bar{n}-1}{2 \cdot \bar{n}}} - \frac{2 \cdot \pi}{z \cdot k_{s2} \cdot \sin(180^\circ - \beta_2)} \right]} \quad (5.35)$$

Die festzulegende Austrittsbreite b_2 sollte in den Grenzen

$$b_{2ws} < b_2 < b_{2wD}$$

liegen.

Insbesondere bei zu klein gewählter Schaufelzahl z kann der Fall eintreten, daß

$$b_{2ws} > b_{2wD}$$

ist und damit keine sinnvolle Bestimmung von b_2 möglich ist. In diesem Fall muß die Schaufelzahl z erhöht werden.

5.1.4 Schaufelzahl z

Nach den Gleichungen 2.23 und 2.24 ist der Geschwindigkeitsanteil des relativen Kanalwirbels

$$w_{\text{Rel}2} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{u_2}{k_{s2} \cdot z \cdot \sin(180^\circ - \beta_2)} \quad (5.36)$$

Geht man davon aus, daß u_2 und β_2 über die vorgegebenen Betriebsbedingungen bereits festliegen, so ist die Schaufelzahl z die einzige wesentliche Variable zur Beeinflussung dieses Geschwindigkeitsterms, da k_{s2} nur in engen Grenzen veränderlich ist.

Eine geringe Schaufelzahl z ergibt einen großen Geschwindigkeitsanteil $w_{\text{Rel}2}$. Ist bei vorgegebener Schaufelzahl z

$$\bar{w}_2 - w_{\text{Rel}2} < 0 \text{ und } \bar{w}_2 + w_{\text{Rel}2} \geq Ma_{w2}^* \cdot a_{s2}$$

so liegt der Fall

$$b_{2wD} < b_{2wS}$$

vor. Diese Unverträglichkeit ist nur durch Erhöhung der Schaufelzahl z bzw. Senkung des Geschwindigkeitsanteils $w_{\text{Rel}2}$ zu beheben.

Aus dieser Überlegung ergibt sich die minimale Schaufelzahl z für den Fall, daß

$$b_{2_{wD}} = b_{2_{wS}}$$

ist. Durch Gleichsetzen der beiden zugehörigen Dimensionierungsgleichungen 5.30 und 5.35 ergibt sich

$$z_{\min} = 4 \cdot \pi \cdot \frac{Ma_u}{Ma_{w2}} \cdot \frac{\pi^{\frac{1-n}{2 \cdot n}}}{k_{s2} \cdot \sin(180^\circ - \beta_2)} \quad (5.37)$$

Nach dieser Dimensionierungsformel errechnen sich für schnellläufige Radialverdichterlaufräder Schaufelzahlen im Bereich

$$11 \leq z \leq 18$$

Diese im Verhältnis zu anderen Dimensionierungsvorschriften (z.B. nach ECKERT-SCHNELL [4]) niedrigen Schaufelzahlen haben den Vorteil, daß die reibenden Kanaloberflächen und damit die Wandreibungsverluste klein bleiben. Außerdem wird die Querschnittsversperrung durch die endliche Schaufelstärke insbesondere am Laufradeintritt niedrig gehalten. In diesem Zusammenhang sei erwähnt, daß die bei kleinen Schaufelzahlen entstehenden weiteren Kanäle eine ggfl. vorgesehene Fräsbearbeitung des Laufrades begünstigen, da größere Fräsdurchmesser und damit höhere Schnittkräfte möglich werden. Höhere Schaufelzahlen haben den Vorteil einer besseren Übereinstimmung zwischen Strömungs- und Schaufelgeometrie. Dadurch kann bei ansonsten gleichen Laufradabmessungen eine höhere spez. techn. Arbeit a auf das Fluid übertragen werden. Außerdem ist der Unterschied der druck- und saugseitigen Relativgeschwindigkeit geringer als bei niedriger Schaufelzahlen.

5.1.5 Schaufelstärke s

Die Schaufelstärke s wird zunächst im wesentlichen durch die Art der beabsichtigten Laufradfertigung (Gießen, Fräsen, Schweißen etc.) bestimmt. Daneben steht ihr Betrag in Relation zur Laufradgröße, repräsentiert durch den Außendurchmesser D_2 .

Für schnellläufige Radialverdichterlaufräder kann etwa von einer bezogenen Schaufelstärke

$$v_{ss} = \frac{s}{D_2} \approx 0.01 \quad ./. \quad 0.015$$

ausgegangen werden.

Im Normalfall sind die Laufradschaufeln schnellläufiger Räder nicht profiliert, d.h., die Schaufelstärke ist, mit Ausnahme der eventuell angeschliffenen Ein- und Austrittskante, über den gesamten Schaufelbereich konstant. Bei Hochleistungsrädern ohne Deckscheibe ergibt sich aus Gründen der Fliehkraftbeanspruchung und des Schwingungsverhaltens häufig die Notwendigkeit die Schaufeln in Richtung auf den Schaufelfuß konisch zu verstärken. Durch diese Maßnahme werden einerseits die Fliehkraftspannungen im Schaufelfuß herabgesetzt, andererseits werden die Eigenschwingungsfrequenzen der Schaufel gesteigert.

Die Grundschiwingung einer unprofilierten Schaufel eines Radialrades großer Schnellläufigkeit kann durchaus im Bereich der zwei- bis dreifachen Drehfrequenz einer Verdichterstufe liegen. Damit liegt besonders bei drehzahlregelbaren Verdichterstufen die Gefahr nahe, durch Resonanzschwingungen Schwingungsbrüche der Schaufeln hervorzurufen. Diese Gefährdung wird noch dadurch gesteigert, daß das Eigenschwingungsverhalten der Schaufeln untereinander infolge der Fertigungstoleranzen unterschiedlich ist. Hierdurch ergibt sich für das Laufrad ein relativ

breites Resonanzband, welches den Drehzahlbereich der Verdichterstufe stark einengt. Bild 5.3 zeigt das holographisch sichtbar gemachte Schwingungsverhalten von Schaufeln eines schnellläufigen Verdichterrades. Hieraus wird die unterschiedliche Reaktion der einzelnen Schaufeln auf eine bestimmte Erregerfrequenz deutlich.

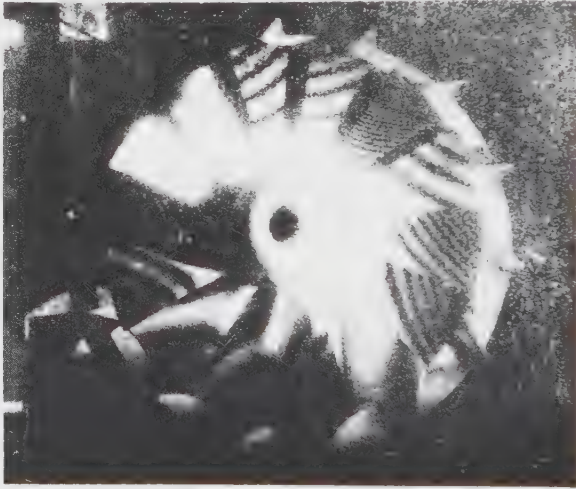


Bild 5.3: Holographische Schwingungsanalyse an einem Verdichterlaufrad

Vereinfachte Dimensionierungsvorschriften für die Festlegung der Schaufelstärke s unter Berücksichtigung des Spannungs- und Schwingungsverhaltens lassen sich nicht angeben, da insbesondere bei verwundenen Schaufeln nur aufwendige Rechenverfahren eine befriedigende Näherungslösung bieten.

5.1.6 Nabendurchmesser D_N

Um bei vorgegebenem Volumenstrom $\dot{V}_1$ bzw. Durchflußzahl ϕ_D einen möglichst kleinen Saugmündendurchmesser D_1 und damit eine möglichst große radiale Erstreckung des Laufradkanals zu erzielen, ist es wünschenswert, einen möglichst geringen Nabendurchmesser D_N am Laufradeintritt zu realisieren. Der minimale Nabendurchmesser wird jedoch durch festigkeitsmechanische und konstruktive Kriterien begrenzt.

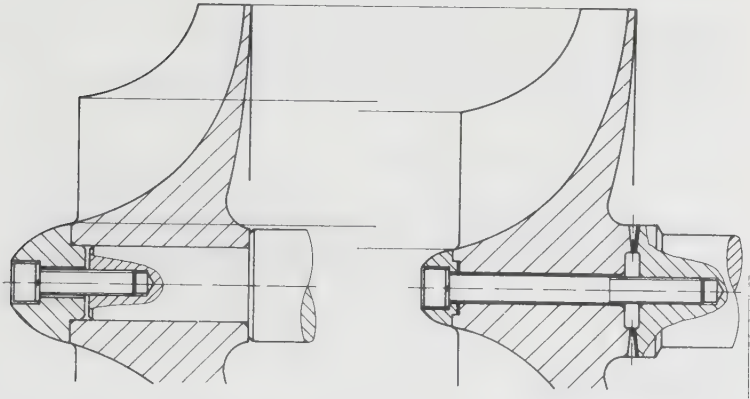


Bild 5.4: Laufradaufspannung

Durch das Laufraddrehmoment und die zulässige Belastung des Wellenwerkstoffs ergibt sich unter Berücksichtigung der vorgesehenen Mitnehmerverbindung (form- oder kraftschlüssig) ein zugeordneter erforderlicher Wellendurchmesser. Die Nabenwandstärke muß einerseits die auftretenden Fliehkraftspannungen aufnehmen und andererseits bei kraftschlüssigen Verbindungen die erforderliche Vorspannung gewährleisten. Bei formschlüssigen Verbindungen

müssen die auftretenden Kerbspannungen aufgenommen werden, ohne die Zentrierung zwischen Welle und Nabe durch unzulässig hohe Dehnungen zu gefährden.

Eine optimale Lösung zur Erzielung eines minimalen Nabendurchmessers D_N zeigt die in Bild 5.4 dargestellte Lauf-
radverbindung mittels Hirth-Verzahnung. Dabei wird das Drehmoment in die rückwärtige Laufradpartie eingeleitet, so daß der vordere Nabebereich hierdurch nicht belastet wird. Die Vorspannung zwischen Welle und Nabe zur Sicherung der Zentrierung bei Betriebsdrehzahl kann entfallen, da die Zentrierung ausschließlich von der Hirth-Verzahnung übernommen wird und durch die Geometrie der Verzahnung auch in allen Drehzahlbereichen gesichert ist.

Der Wellenzapfen innerhalb des Laufrades dient lediglich der axialen Verspannung des Laufrades.

Unter dieser Voraussetzung kann das Nabenverhältnis v_N

$$v_N = \frac{D_N}{D_2}$$

auch bei einem Laufrad hoher Schnellläufigkeit und fliegender Laufradanordnung in der Größenordnung von

$$v_N \leq 0.25$$

gehalten werden.

Ansonsten sind Nabenverhältnisse im Bereich

$$v_N \approx 0.2 \text{ ./. } 0.35$$

bei schnellläufigen Verdichterrädern üblich.

5.1.7 Axiale Erstreckung des Laufradkanals L_N

Als axiale Erstreckung des Laufradkanals wird die axiale Erstreckung der Radscheibenkontur bezeichnet.

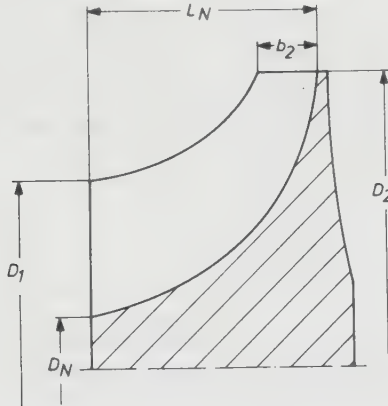


Bild 5.5: Axiale Erstreckung des Laufradkanals

Die Relation zwischen axialer Erstreckung und Laufradaußendurchmesser D_2

$$v_L = \frac{L_N}{D_2}$$

bestimmt die Umlenkung der Strömung von der axialen in die radiale Richtung.

Um ein geringes Bauvolumen der Stufe bei vorgegebenen Durchmesser D_2 zu erreichen, ist eine kurze relative axiale Erstreckung anzustreben. Damit werden auch relativ kurze Schaufeln und somit geringere reibende Oberflächen erzielt. Diese Umlenkung auf kürzerem Weg bedingt jedoch stärkere Krümmungen der meridionalen Laufradkontur die zu steileren Druck- und Geschwindigkeitsgradienten quer zur Strömungsrichtung führen und erhöhte dissipative Verluste

verursachen.

Bei schnellläufigen Verdichterlaufrädern ist wegen der geringen radialen Erstreckung des Laufradkanals eine größere axiale Erstreckung notwendig, um eine genügend lange Umlenkungsstrecke zu erhalten und zu starke Geschwindigkeitsgradienten in Strömungsrichtung zu vermeiden.

In der Fachliteratur werden für schnellläufige Radialverdichterlaufräder bezogene axiale Erstreckungen in einer Größenordnung von

$$v_L \approx 0.3 \text{ ./. } 0.4$$

empfohlen.

5.1.8 Optimierung des Laufradeintrittes

Wie bereits erwähnt, sind hochbelastete schnellläufige Radialverdichterstufen durch hohe Umfangsgeschwindigkeiten der Laufräder und große Volumenströme gekennzeichnet. Daraus ergeben sich für den Laufradeintritt im Vergleich zu langsamläufigen Rädern relativ hohe Umfangsgeschwindigkeiten u_1 und Zuströmgeschwindigkeiten c_1 . Das wiederum führt, wie die Betrachtung des Geschwindigkeitsdreieckes am Eintritt eines drallfrei angeströmten Laufrades (Bild 5.6) zeigt, zu hohen Relativgeschwindigkeiten w_1 am Laufradeintritt.

Liegt die Relativgeschwindigkeit w_1 im Bereich der Schallgeschwindigkeit a_{s1} , so kann es, insbesondere beim Umströmen der Schaufeleintrittskanten, zu Überschallgeschwindigkeiten kommen, in deren Folge sich beim Verzögern Verdichtungsstöße im Laufradkanal ausbilden. Verdichtungsstöße verursachen erhöhte dissipative Verluste verbunden mit Grenzschichtablösungen die zur Einengung des freien Strömungsquerschnitts führen.

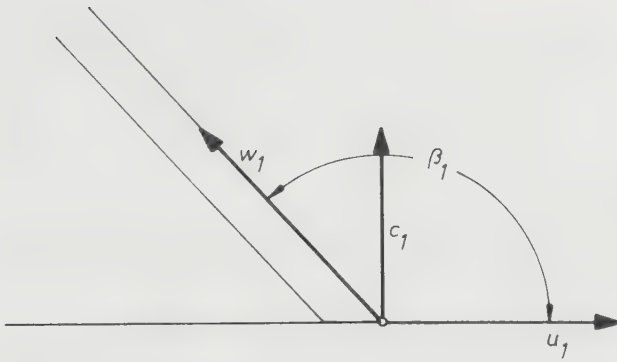


Bild 5.6: Geschwindigkeitsdreieck am Laufradeintritt

In der Kennlinie einer Verdichterstufe äußert sich dieser Betriebszustand durch einen Steilabfall (Bild 5.7).

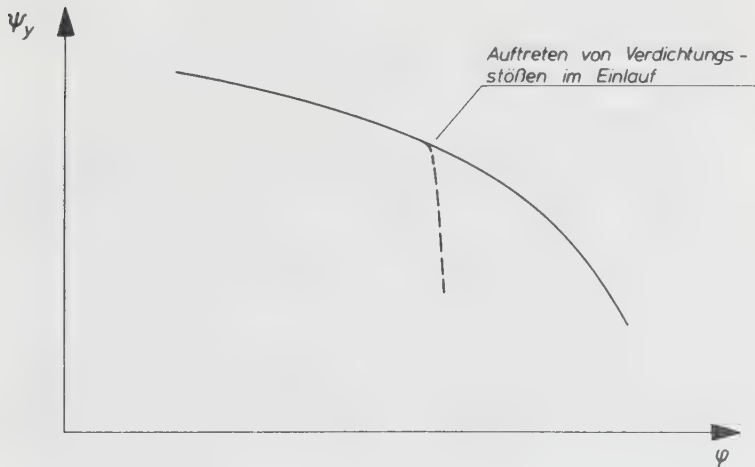


Bild 5.7: Kennlinienverlauf bei Verdichtungsstößen im Einlauf

Es ergibt sich somit die Forderung, den Einlauf des Rades so zu dimensionieren, daß die Relativgeschwindigkeit w_1 bzw. die relative Machzahl Ma_{w_1}

$$Ma_{w_1} = \frac{w_1}{a_{s_1}}$$

bei Berücksichtigung der vorgegebenen Betriebsdaten möglichst klein gehalten wird.

Aus der Überlegung, daß die Anströmgeschwindigkeit c_1 gegenüber der Umfangsgeschwindigkeit u_1 in umgekehrter funktionaler Abhängigkeit zum Saugmunddurchmesser D_1 steht, läßt sich schließen, daß ein Durchmesser D_{1opt} existiert, bei dem w_1 bzw. Ma_{w_1} zu einem Minimum wird.

5.1.8.1 Strömungszustand vor dem Laufrad

Es wird zunächst eine rotationssymmetrische ($\partial c_1 / \partial \varphi = 0$), drallfreie ($c_{1u} = 0$) Anströmung des Laufrades vorausgesetzt. Aus Messungen der Geschwindigkeitsverteilung $c_1 = c_1(r)$ ergibt sich der in Bild 5.8 dargestellte qualitative Verlauf.

Sieht man von dem Geschwindigkeitsprofil in Wandnähe ab, so zeigt sich ein näherungsweise linearer Geschwindigkeitsabfall in Richtung zur Laufradnabe. Dieser Geschwindigkeitsverlauf ist mit der Rückwirkung des Laufrades auf die Unterschallanströmung zu erklären. Zur näherungsweise quantitativen Bestimmung des Anströmprofils sind daher Detailkenntnisse der Laufradgeometrie notwendig, die jedoch bei der Auslegung des Laufradeintrittes noch nicht vorliegen können. Es gilt daher, auf der Basis bereits ermittelter oder abgeschätzter Laufradhauptabmessungen, einen Rechnungsansatz zu finden, der zunächst nur die Rückwirkung der Strömungsumlenkung aus der axialen in die radiale Richtung im Vergleich zu den Messungen hin-

reichend genau beschreibt.

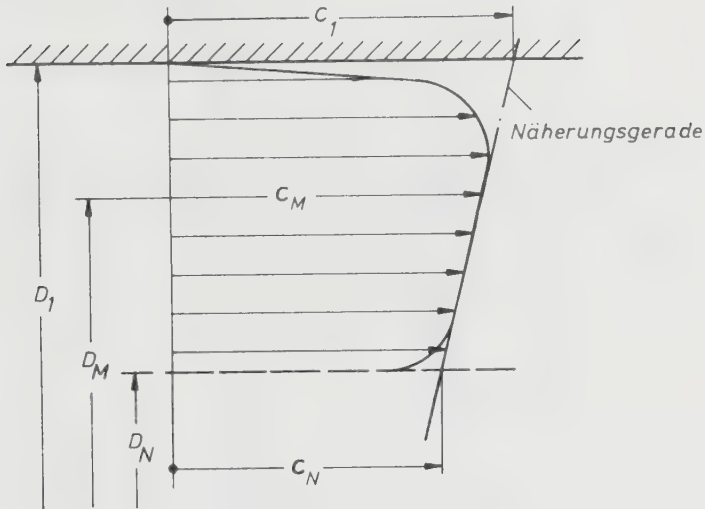


Bild 5.8: Geschwindigkeitsverteilung am Laufradeintritt

In der Endphase der Laufradentwicklung wird bezüglich der festgelegten Geometrie die Laufradströmung nach einem quasi-dreidimensionalen Differenzenverfahren berechnet. Anhand der daraus resultierenden Geschwindigkeitsverteilung muß das vereinfacht ermittelte Anströmprofil beurteilt und ggfl. korrigiert werden. In Abschnitt 2.4.4 wurde der Vergleich zwischen angenommener und errechneter Verteilung an einem Beispiel erläutert.

Als ein geeignetes räumliches Näherungsmodell zur Nachbildung der Strömungsumlenkung durch die Laufradgeometrie kann ein am Laufradeintritt angenommener Ringwirbel dienen.

Für einen Punkt P innerhalb des Ringwirbels ergibt sich die Geschwindigkeit c mit den im Bild 2.11 dargestellten Größen nach der Gleichung

$$\frac{c}{c_0} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \frac{d\beta}{a^{\frac{\pi}{\beta}}} \quad (5.38)$$

Eine geschlossene Lösung des Integrals zur Bestimmung der bezogenen Geschwindigkeit c/c_0 im Punkt P existiert nicht. Die näherungsweise Lösung ist nach TIETJENS [7] durch den Übergang zu endlichen Differenzwinkeln $\Delta\beta$ möglich, wobei $\Delta\beta = \pi/n$ gesetzt wird.

Dieses Verfahren ist jedoch relativ umständlich und daher für das vorliegende Problem weniger gut geeignet.

Ein Näherungsansatz zur analytisch geschlossenen Beschreibung der Geschwindigkeitsverteilung am Laufradeintritt ergibt sich über die Modellvorstellung einer ebenen rotationsfreien Absolutströmung

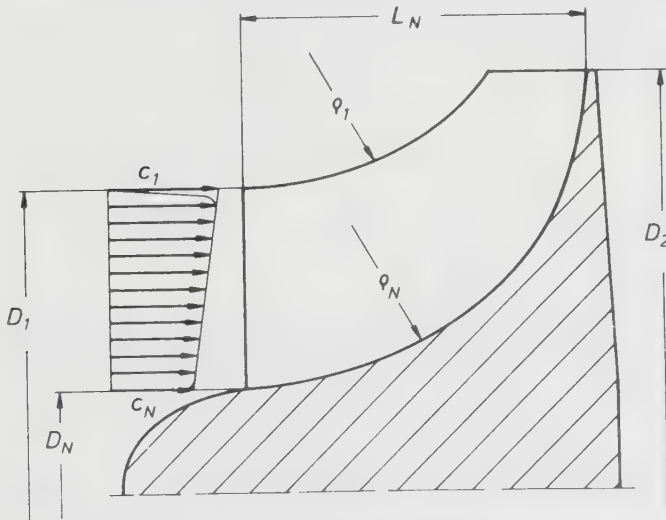


Bild 5.11: Geometrie Größen am Laufradeintritt

Hierzu lautet die Bewegungsgleichung

$$\frac{\partial c}{\partial n} + \frac{c}{\rho} = 0 \quad (5.39)$$

mit n als Kanalkoordinate normal zur Strömungsrichtung und ρ als Krümmungsradius der betrachteten Stromlinie.

Wird angenommen, daß der Verlauf der Stromlinienkrümmung längs einer Stromliniennormalen linear ist, so ergibt die Integration der Gleichung 5.39 das Verhältnis der Wandgeschwindigkeiten

$$\frac{c_1}{c_N} = e^{\frac{h}{2} \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_N} \right)} \quad (5.40)$$

Die Krümmungsradien ρ_1 und ρ_N hängen sowohl von der radialen Erstreckung ($v_1 = D_1/D_2$, $v_N = D_N/D_2$) als auch von der axialen Erstreckung ($v_L = L_N/D_2$) des Laufradkanals ab.

In guter Näherung können folgende Annahmen getroffen werden:

$$\rho_1 = v_L \cdot D_1 \quad \text{und} \quad \rho_N = v_L \cdot D_2$$

Weiterhin ist

$$h = \frac{D_1 - D_N}{2}$$

Damit kann Gleichung 5.40 in folgende Form überführt werden:

$$\frac{c_1}{c_N} = e^{\frac{v_1 - v_N}{4 \cdot v_L}} \cdot \left(1 + \frac{1}{v_1} \right) = q \quad (5.41)$$

Für $v_1 = 0.75$, $v_N = 0.25$ und $v_L = 0.4$ ist

$$\frac{c_1}{c_N} = 2.07 \text{ gegenüber } \frac{c_1}{c_N} = 1.925 \text{ bei Annahme eines Ringwirbels}$$

Zur Berechnung der Wandgeschwindigkeit c_1 am Saugmund-
durchmesser D_1 sind weitere Annahmen notwendig.

1. Die mittlere Anströmgeschwindigkeit $\bar{c}_1$ wird aus der Kontinuitätsgleichung ermittelt

$$\bar{c}_1 = \frac{\dot{V}_1}{A_1} = K_V \cdot \frac{\dot{V}_{1t}}{A_1} \quad (5.42)$$

2. Die mittlere Anströmgeschwindigkeit $\bar{c}_1$ liegt am mittleren Durchmesser D_M vor, der sich am Eintritt dadurch ergibt, daß der Ringkanal zwischen Rad- und Deckscheibe in zwei Teilkanäle gleichen Querschnitts aufgeteilt angenommen wird.

$$D_M = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot (D_1^2 + D_N^2)} \quad (5.43)$$

oder bezogen auf D_2 :

$$\frac{D_M}{D_2} = v_M = \sqrt{\frac{1}{2} (v_1^2 + v_N^2)} \quad (5.44)$$

3. Zwischen den Wandgeschwindigkeiten c_1 und c_N existiert ein lineares Geschwindigkeitsprofil.

$$\frac{c_1 - c_N}{v_1 - v_N} = \frac{c_1 - \bar{c}_1}{v_1 - v_M} \quad (5.45)$$

Daraus folgt für die Berechnung von c_1 :

$$c_1 = \bar{c}_1 \cdot \frac{v_1 - v_N}{v_1 - v_N - (v_1 - v_M) \cdot (1 - \frac{1}{q})} \quad (5.46)$$

Zur Vereinfachung der Schreibweise wird ein Geschwindigkeitsfaktor K_C definiert

$$K_C = \frac{v_1 - v_N}{v_1 - v_N - (v_1 - v_M) \cdot (1 - \frac{1}{q})} \quad (5.47)$$

Damit wird

$$c_1 = \bar{c}_1 \cdot K_C \quad (5.48)$$

Der Geschwindigkeitsfaktor K_C beinhaltet die gesuchte Größe v_1 und muß daher im ersten Dimensionierungsschritt abgeschätzt werden.

Es sei nochmals betont, daß die betrachteten Näherungsansätze nur die Rückwirkung der radialen Strömungsumlenkung erfassen. Die Rückwirkung der Dralländerung ist nicht berücksichtigt. Sie würde im Auslegepunkt vor dem Laufeintritt einen geringen Gleichdrall induzieren, so daß die im weiteren Verlauf der Dimensionierung benutzte Annahme einer drallfreien Anströmung $c_{1u} = 0$ nur bedingt gültig ist.

Es läßt sich zeigen, daß ein geringfügiger Gleichdrall den Eintrittswinkel β_1 der Strömung nur unbedeutend beeinflusst und damit bezüglich β_1 vernachlässigbar ist. Bezüglich der Relativgeschwindigkeit w_1 verursacht ein Gleichdrall in jedem Fall eine Geschwindigkeitsminderung, die bei Annahme von $c_{1u} = 0$ als zusätzlicher Sicherheitsabstand gegenüber der Schallgeschwindigkeit a_{s1} gewertet werden kann.

5.1.8.2 Einfluß endlicher Schaufelstärke

Der freie achsnormale Strömungsquerschnitt A_1 am Laufradeintritt ist gegenüber dem Ringquerschnitt A'_1 zwischen dem Saugmunddurchmesser D_1 und dem Nabendurchmesser D_N

$$A'_1 = \frac{\pi}{4} (D_1^2 - D_N^2) \quad (5.49)$$

infolge der endlich dicken Schaufel vermindert (Bild 5.12). Diese Querschnittsminderung wird üblicherweise durch einen sog. Verengungsfaktor K_s berücksichtigt.

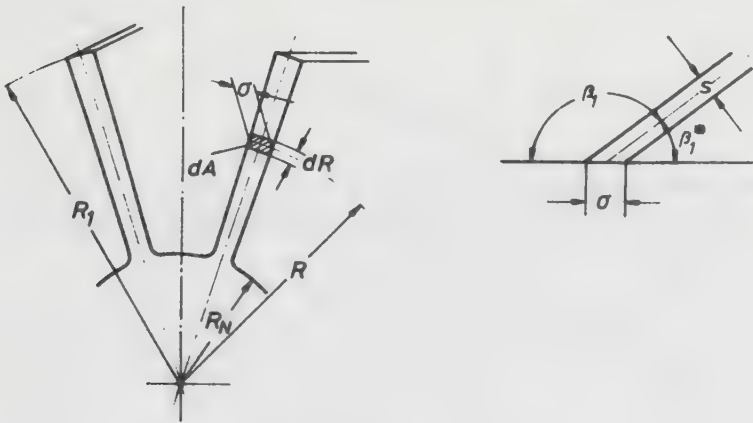


Bild 5.12: Versperrung des Eintrittsquerschnittes durch endlich dicke Schaufeln

Es ist

$$K_s = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot (D_1^2 - D_N^2)}{\frac{\pi}{4} \cdot (D_1^2 - D_N^2) - A_s \cdot 2} \quad (5.50)$$

Darin ist A_s die achsnormale Projektionsfläche eines Schaufelquerschnittes.

$$A_s = \int_{R_N}^{R_1} \sigma \cdot dr \quad (5.51)$$

σ ist die Schaufelstärkenprojektion gemäß

$$\sigma = \frac{s}{\sin(180^\circ - \beta)} \quad (5.52)$$

Liegt eine über den Radius r konstante Schaufelstärke s vor, so ist

$$A_s = s \cdot \int_{R_N}^{R_1} \frac{dr}{\sin(180^\circ - \beta)} \quad (5.53)$$

Die Abhängigkeit des Winkels β vom Radius r ergibt sich aus der Betrachtung der rechwinkligen Geschwindigkeitsdreiecke für drallfreie Anströmung

$$\tan(180^\circ - \beta) = \frac{c}{u} \quad (5.54)$$

Darin ist

$$u = u_1 \cdot \frac{R_1}{R} \quad (5.55)$$

während c die in Abschnitt 5.1.8.1 beschriebene lineare Abhängigkeit zum Radius R aufweist.

Werden diese Abhängigkeiten unter Benutzung der trigonometrischen Identität

$$\sin(180^\circ - \beta) = \frac{\tan(180^\circ - \beta)}{\sqrt{1 + \tan^2(180^\circ - \beta)}} \quad (5.56)$$

in die Gleichung 5.53 eingeführt, so ergibt sich ein relativ komplizierter Zusammenhang.

Sind die Schaufeln im Eintrittsbereich radial gerichtet, wird die Abhängigkeit zwischen dem Winkel β und dem Radius r stark vereinfacht. Diese Schaufelanordnung ist für Laufäder mit hoher Umfangsgeschwindigkeit besonders geeignet, da in diesem Fall die Schaufeln nicht durch zusätzliche Fliehkraftbiegung belastet werden.

Für radialstehende Schaufeln ist

$$\tan(180^\circ - \beta) = \tan(180^\circ - \beta_1) \cdot \frac{R_1}{R} \quad (5.57)$$

Der gleiche Zusammenhang ergibt sich aus den Geschwindigkeitsdreiecken, wenn

$$c(r) = \text{konst.}$$

angenommen wird.

Daraus kann geschlossen werden, daß radialgerichtete Schaufeleintrittskanten unter realen Zuströmbedingungen nicht über die ganze Höhe stoßfrei angeströmt werden können.

Kongruenz zwischen Strömung und Laufradgeometrie liegt im Bereich des Saugmünddurchmessers vor, auf den die Optimierungsaufgabe abgestellt ist. Dagegen wird die Fehlanströmung der radialstehenden Eintrittskante im Nabenbereich besonders wirksam. In diesem Bereich ist jedoch die Relativgeschwindigkeit gering, so daß die Verluste durch Fehlanströmung gemessen am gesamten Energieumsatz des Laufrades nicht bemerkenswert sind.

Wird die Flächenintegration nach Gleichung 2.53 für den Fall der radialstehenden Schaufeleintrittskante durchgeführt, so ergibt sich näherungsweise eine Trapezfläche, d.h.

$$A_s = \frac{D_1 - D_N}{2} \cdot \frac{s}{\sin(180^\circ - \beta_m)} \quad (5.58)$$

Der Verengungsfaktor K_s errechnet sich damit in normierter Form zu

$$K_s = \frac{v_1 + v_N}{\frac{2 \cdot z \cdot v_{ss}}{\pi \cdot \sin(180^\circ - \beta_m)}} \quad (5.59)$$

Wie schon beim Volumenfaktor K_v und beim Geschwindigkeitsfaktor K_c ist auch beim Verengungsfaktor K_s für die erste Durchrechnung eine Abschätzung des Zahlenwertes erforderlich, da auch dieser Faktor von den gesuchten Größen D_1 und β_1 abhängig ist.

Bei Laufrädern mit zurückgezogener Eintrittskante ist

$$K_s = 1$$

5.1.8.3 Eintrittsdurchmesser D_{lopt}

Entsprechend dem Geschwindigkeitsdreieck (Bild 5.6) ist

$$w_1^2 = c_1^2 + u_1^2 \quad (5.60)$$

Die Absolutgeschwindigkeit c_1 am Eintrittsdurchmesser D_1 ist unter Berücksichtigung der Volumenänderung gegenüber dem Ruhezustand, der Geschwindigkeitsverteilung vor dem Laufrad und der Querschnittsverengung infolge endlicher Schaufelstärke

$$c_1 = \frac{\dot{V}_{1t}}{\frac{\pi}{4}(D_1^2 - D_N^2)} \cdot K_v \cdot K_c \cdot K_s \quad (5.61)$$

Werden die 3 Korrekturfaktoren zwecks einfacherer Schreibweise zu einem Faktor K zusammengefaßt und wird die Durchflußziffer φ_D gemäß Gleichung 5.7 eingeführt, so wird

$$c_1 = \frac{\varphi_D \cdot K \cdot D_2^2}{D_1^2 - D_N^2} \cdot u_2 \quad (5.62)$$

oder durch Benutzung der Durchmesserverhältnisse v_1 und v_N

$$c_1 = \frac{\varphi_D \cdot K}{v_1^2 - v_N^2} \cdot u_2 \quad (5.63)$$

Die Umfangsgeschwindigkeit u_1 am Durchmesser D_1 ist

$$u_1 = \frac{D_1}{D_2} u_2 = v_1 \cdot u_2 \quad (5.64)$$

Damit kann Gleichung 5.60 wie folgt geschrieben werden:

$$w_1^2 = u_2^2 \cdot \left\{ \frac{\varphi_D^2 \cdot K^2}{[v_1^2 - v_N^2]^2} + v_1^2 \right\} \quad (5.65)$$

Zur Bildung der Machzahl bezüglich der relativen Eintrittsgeschwindigkeit w_1

$$Ma_{w_1} = \frac{w_1}{a_{s1}} \quad (5.66)$$

muß streng betrachtet die örtliche Schallgeschwindigkeit a_{s1} bezogen auf den statischen Eintrittszustand am Laufrad bekannt sein. Hierzu wäre wiederum die Kenntnis der Anströmgeschwindigkeit c_1 erforderlich. Die somit notwendige Iterationsrechnung kann umgangen werden, wenn wegen des geringen Unterschiedes zwischen a_{s1} und der Schallgeschwindigkeit a_{s0} bezogen auf den Ruhezustand, die Annahme getroffen wird

$$a_{s1} \approx a_{s0}$$

Zusammen mit der Definition der Machumfangszahl Ma_u

$$Ma_u = \frac{u}{a_{s0}} \quad (5.67)$$

wird dann

$$Ma_{w1}^2 = \frac{w_1^2}{a_{s0}^2} = Ma_u^2 \cdot \left\{ \frac{\varphi_D^2 \cdot K^2}{[v_1^2 - v_N^2]^2} + v_1^2 \right\} \quad (5.68)$$

Zur Bestimmung des Minimums dieser Funktion wird

$$\frac{\partial Ma_{w1}^2}{\partial v_1} = 0$$

gesetzt. Das hierzu gehörende optimale Durchmesserverhältnis v_1 ist nach dieser Operation

$$v_{1opt} = \sqrt{v_N^2 + \sqrt[3]{2 \cdot \varphi_D^2 \cdot K^2}} \quad (5.69)$$

5.1.8.4 Eintrittswinkel β_{1opt}

Nach dem Geschwindigkeitsdreieck (Bild 5.5) für ein drallfrei angeströmtes Laufrad ist

$$\tan(180^\circ - \beta_1) = \frac{c_1}{u_1} \quad (5.70)$$

Unter Benutzung der Gleichung 5.63 und 5.64 ist mit Einführung des optimalen Durchmesserverhältnisses v_{1opt}

$$\tan(180^\circ - \beta_{1opt}) = \frac{\varphi_D \cdot K}{v_{1opt} \cdot [v_{1opt}^2 - v_N^2]} \quad (5.71)$$

bzw. durch Einsetzen der Gleichung 2.69

$$\tan(180^\circ - \beta_{1opt}) = \frac{\varphi_D \cdot K}{\sqrt{v_N^2 + \sqrt[3]{2 \cdot \varphi_D^2 \cdot K^2}} \cdot \sqrt[3]{2 \cdot \varphi_D^2 \cdot K^2}} \quad (5.72)$$

Im Sonderfall $v_N = 0$ ist v_{1opt} weder von der Durchflußzahl φ_D noch von der Schaufelzahl z und der relativen Schaufelstärke v_{ss} abhängig. Es ist dann

$$\tan(180^\circ - \beta_{1opt}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

bzw. $\beta_{1opt} = 144,8^\circ$

Nach den in diesem Abschnitt 5 erläuterten Dimensionierungskriterien wurden für die Testlaufräder, die im Rahmen der vorliegenden Arbeit ausgeführt und untersucht wurden, folgende Hauptabmessungen errechnet:

	Versuchsrاد 1	Versuchsrاد 2	Versuchsrاد 3
Außendurchmesser D_2	200 mm	200 mm	250 mm
Eintrittsdurchm. D_1	122 mm	122 mm	187,5 mm
Nabendurchmesser D_N	50 mm	50 mm	62,5 mm
Austrittsbreite b_2	10 mm	10 mm	25 mm
Schaufelzahl z	14	14	14
Schaufelstärke s	3	3	3
Nabenlänge L_N	70 mm	70 mm	100 mm
Eintrittswinkel β_1	30°	$32,5^\circ$	$33,7^\circ$
Austrittswinkel β_2	90°	90°	110°

5.2 Literaturverzeichnis

- [1] Fister, W. Skriptum zur Vorlesung "Strömungs-
maschinen" an der Ruhr-Universität
Bochum
- [2] Traupel, W. Thermische Turbomaschinen Band 1
3. Auflage, Springer-Verlag
Berlin-Heidelberg-New York (1977)
- [3] Traupel, W. Die Theorie der Strömung durch
Radialmaschinen. Verlag G. Braun,
Karlsruhe (1962)
- [4] Eckert, B. Axial- und Radialkompressoren
Schnell, E. 2. Auflage, Springer-Verlag, Berlin
(1961)
- [5] Pfeleiderer, C. Strömungsmaschinen, 4. Auflage,
Petermann, H. Springer-Verlag, Berlin (1972)
- [6] Hasselgruber, H. Strömungsgerechte Gestaltung der
Laufräder von Radialkompressoren
mit axialem Laufradeintritt. Kon-
struktion 10 (1958)
- [7] Tietjens, O. Strömungslehre 1. Band, Springer-
Verlag, Berlin (1960)
- [8] Bammert, K. Beitrag zur Entwicklung von Radial-
verdichtern für hohes Schluckver-
mögen. Zwischenbericht zum Teilpro-
jekt B1 Sonderforschungsbereich 61,
TU Hannover (1977)
- [9] Lindner, E. Programmsystem zur Diagonalradaus-
legung, Maschinenbautechnik 25
(1976) 11, Dresden

- [10] Fister, W. Untersuchungen zur Weiterentwick-
lung von radialen Turboverdichtern
GHH-Technische Berichte (1969), 1
- [11] Wislicenius, G.F. Fluid Mechanics of Turbomachinery
Mc Graw-Hill, New York (1947)
- [12] Czibere, T. Näherungsverfahren zum Entwurf der
doppelt gekrümmten Schaufeln von
Strömungsmaschinen. Ölhydraulik und
Pneumatik 12 (1968) Nr. 2
- [13] Smith, D.J.L. The Use of Analytic Surfaces for
Merryweather, H. the Design of Centrifugal Impellers
by Computer Graphics, International
Journal for Numerical Methods in
Engineering, Vol. 7, 137-154 (1973)
- [14] Benson, R.S. A Proposed Scheme for Computer
Fisher, U. Aided Design and Manufacture of
Radial Turbine ASME-publication,
78-GT-156
- [15] Baines, N.C. Computer Aided Design of Mixed Flow
Wallace, F.J. Turbines for Turbochargers. ASME-
Whitfield, A. publication, 78-GT-191
- [16] Coons, S.A. Surfaces for Computer-Aided Design
of Space Form
MAC-TR-41, Project MAC, MIT (1967)
- [17] Hoppe, W. Rechnergestützte Konstruktion von
Radialverdichterlaufrädern mit
räumlich verwundenen Schaufeln. Un-
veröffentlichte Diplomarbeit am
Lehrstuhl für Fluidenergiemaschinen,
Ruhr-Universität Bochum (1976)

- [18] Baule, B. Die Mathematik des Naturforschers und Ingenieurs, Band 7, 5. Auflage, S. Hirzel-Verlag, Leipzig (1961)
- [19] Sauer, R. Differenzengeometrie, Springer-Verlag, Berlin (1970)
- [20] Späth, H. Spline-Algorithmen zur Konstruktion glatter Kurven und Flächen
R. Oldenbourg-Verlag, München Wien (1973)
- [21] Henning, H. Darstellung gekrümmter Flächen durch Approximation von Meßpunkten, Werkstatttechnik 64 (1974) 676-681
- [22] Henning, H. Daten erzeugen gekrümmte Werkstückoberflächen.
Steuerungstechnik 5 (1972) Nr. 6
- [23] Simon, H. Entwicklung einer Standard-Laufradreihe mit räumlich verwundenen, rückwärtsgekrümmten Schaufeln für stationäre Radialverdichter
VDI-Zeitschrift 119 (1977) Nr. 1/2
- [24] Krain, H. Fortschritte in der Berechnung der Radialverdichterströmung durch experimentelle Untersuchung der komplexen Laufradströmung DGLR-77-062
Eckardt, D. (1977)
- [25] Wu, D.H. A General Theory of Three-Dimensional Flow in Subsonic and Supersonic Turbomachines of Axial, Radial and Mixed-Flow Types
NACA TN-2604 (1952)

- [26] Katsanis, T. Computer Program for Calculating Velocities and Streamlines on a Blade-To-Blade Stream Surface of a Turbomaschine
NASA TN D-4525 (1968)
- [27] Katsanis, T. Revised Fortran Programm for Calculating Velocities and Streamlines on the Hub-Shroud-Midchannel Stream Surface of an Axial-, Radial-, or Mixed-Flow Turbomachine or Annular Duct.
McNally, W.D.
- [28] Schreckenbergr, H. Ein Beitrag zur Berechnung der quasi-drei-dimensionalen Relativströmung radialer Verdichterräder. Diss. Ruhr-Universität Bochum (1974)
- [29] Stanitz, J.D. A Rapid Approximate Method for Determining Velocity Distribution on Impeller Blades of Centrifugal Compressors
Prrian, V.D.
NACA TN 2421 (1951)
- [30] Will, G. Modellvorstellung zur Strömung in radialen Laufrädern.
Maschinenbautechnik 23 (1974)
Heft 1
- [31] Baljé, O.E. Loss and Flow Path Studies on Centrifugal Compressors
Transactions of the ASME S. 275-300 (July 1970)
- [32] Schlichting, H. Grenzschicht-Theorie, 5. erw. Auflage Verlag Braun, Karlsruhe (1965)

- [33] Truckenbrodt, E. Strömungsmechanik, Springer-Verlag
Berlin (1968)
- [34] Albring, W. Angewandte Strömungslehre, 4. Auf-
lage, Verlag Steinkopff, Dresden
(1970)
- [35] Henning, H. Fünfachsiges NC-Fräsen gekrümmter
Flächen, ISW 16, Springer-Verlag,
Berlin (1976)
- [36] Schwegler, H. NC-Fräsen gekrümmter Flächen, ISW2,
Springer-Verlag, Berlin (1972)
- [37] Knorr, E. Numerische Bahnsteuerung zur Er-
zeugung von Raumkurven auf ro-
tationssymmetrischen Körpern, ISW8,
Springer-Verlag, Berlin (1973)
- [38] Poerschke, K. Systeme numerischer Steuerungen
und numerisch gesteuerter Werkzeug-
maschinen, AEG, Sonderdruck
- [39] Boese, P., Die äußere Datenverarbeitung bei
Götz, E., numerisch gesteuerten Werkzeug-
Horn, G. technik 13, Heft 3, (1965)
- [40] GDV 50, Systembeschreibung und An-
wenderhandbuch, AEG-TELEFUNKEN
- [41] Atrops, H. Erweiterung einer NC-Fräsmaschine
um eine diskret zustellbare Dreh-
achse, unveröffentlichte Studien-
arbeit am Lehrstuhl für Fluidener-
giemaschinen der Ruhr-Universität
Bochum (1974)

- [42] Fister, W.
Eikermann, J. Rechnergestützte Konstruktion und
Fertigung von Radialrädern mit
räumlich verwundenen Schaufeln.
Vortrag zur Pumpentagung Karls-
ruhe (1978)
- [43] Came, P.M. The Development, Application and
Experimental Evaluation of a
Design Procedure for Centrifugal
Compressors. The Institution of
Mechanical Engineers, Proceedings
1978, Volume 192, No. 5
- [44] Kramer, H.H.
Osborn, W.M.
Hamrick, J.T. Design and Test of Mixed-Flow
and Centrifugal Impellers
Transactions ASME, Series A, J.
of Engineering for Power. 1960
- [45] Garner, H.C. The development of Turbulent
Boundary Layers. ARC RM 2133
(1944)
- [46] Lazarkiewicz, S. Impeller Pumps
Pergamon Press, Oxford, 1965
- [47] Busemann, A. Das Förderhöhenverhältnis radialer
Kreiselumpen mit logarithmisch-
spiraligen Schaufeln.
ZAMM, Band 8, Heft 5 (1928)

Lebenslauf

09.02.1936	geboren in Castrop-Rauxel Vater : Valentin Eikermann Mutter: Klara, geb. Fürdges
Oktober 1942 bis März 1951	Besuch der Volksschule in Neheim-Hüsten
April 1951 bis März 1957	Lehre und Praxis als Werkzeugmacher bei Firma Metallwerke Neheim Goeke KG.
April 1957 bis März 1958	Besuch der Berufsaufbauschule Hagen Abschluß: Fachschulreife
Oktober 1958 bis Febr. 1961	Besuch der Staatl.Ingenieurschule Hagen Abschluß: Ingenieurexamen Maschinenbau
März 1961 bis Sept. 1968	Ingenieurpraxis bei den Firmen Siemens-Schuckertwerke, Mülheim/Ruhr Brown, Boveri, Dortmund W. Tempelmann & Sohn, Hagen
Oktober 1968 bis Jan. 1973	Studium des Maschinenbaus an der Ruhr- Universität Bochum Abschluß: Diplomprüfung
seit Febr. 1973	Wissenschaftlicher Assistent am Lehr- stuhl für Fluidenergiemaschinen der RUB; o. Professor Dr.-Ing. W. Fister

